Βελτίωση - Φιλτράρισμα εικόνας

Βελτίωση εικόνας με φιλτράρισμα

Το φιλτράρισμα εικόνας είναι ουσιαστικά **συνέλιξη**

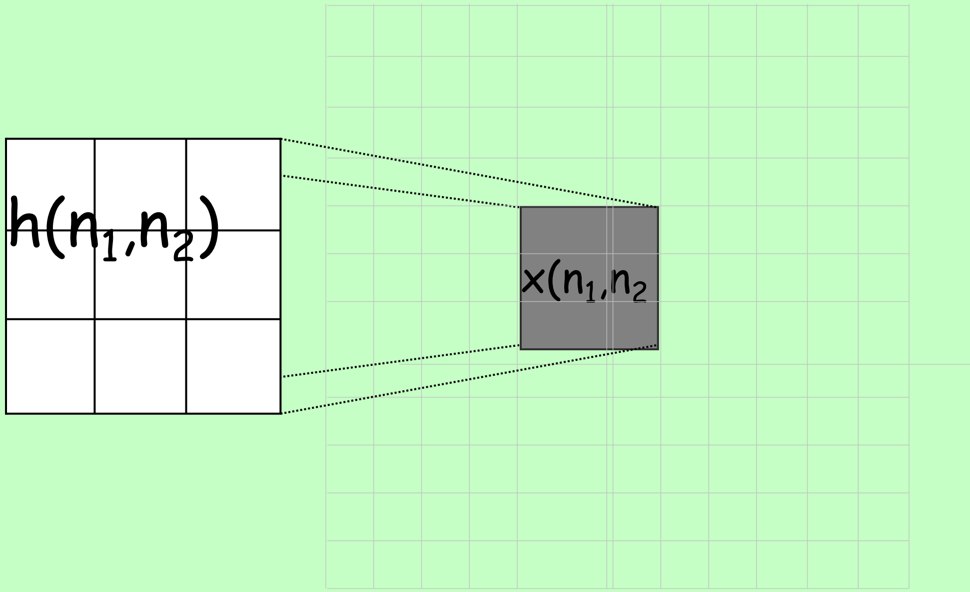
$$y(n_1, n_2) = x(n_1, n_2)**h(n_1, n_2)$$

Αρχική εικόνα

Παράθυρο - μάσκα

Τα παράθυρα αυτά είναι συνήθως τετραγωνικά και οι συντελεστές συμμετρικοί.

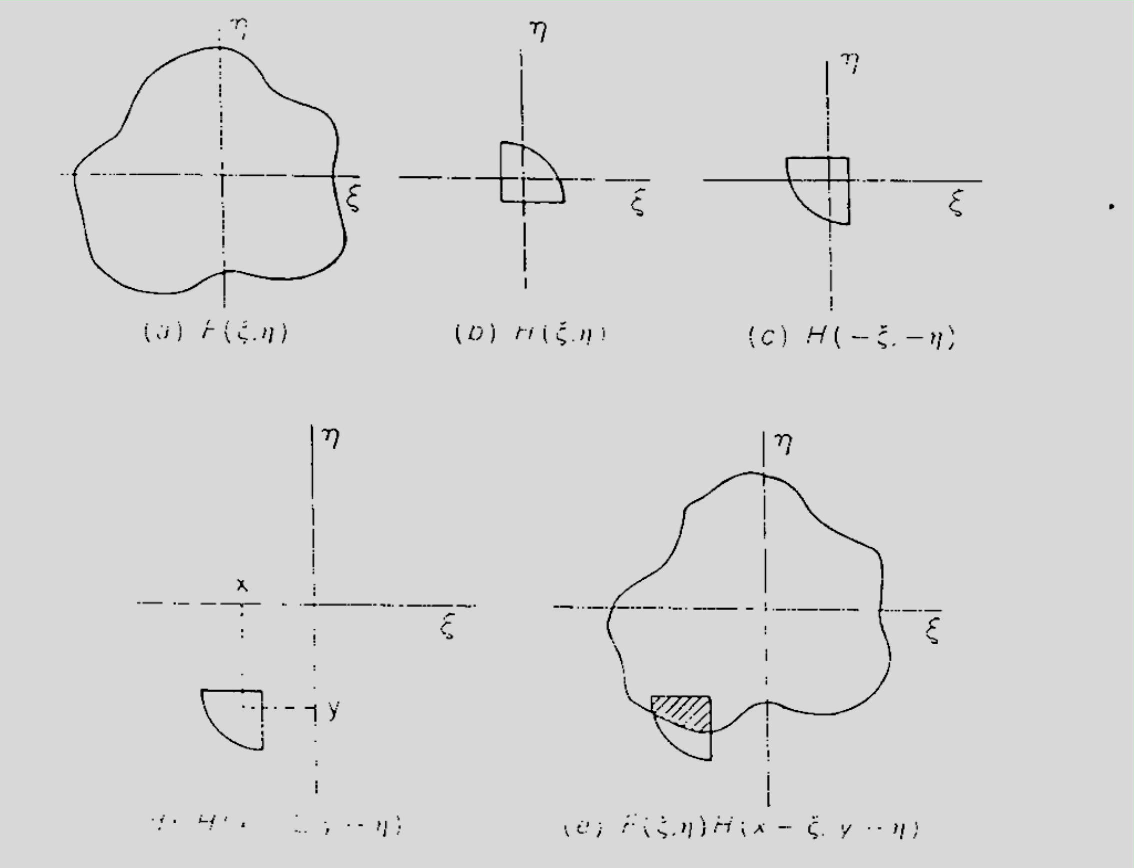
Φιλτράρισμα - Συνέλιξη



$$y(n_1, n_2) = \sum_{k_1=0}^{M-1} \sum_{k_2=0}^{N-1} x(k_1, k_2)\, h(n_1 - k_1, n_2 - k_2)$$

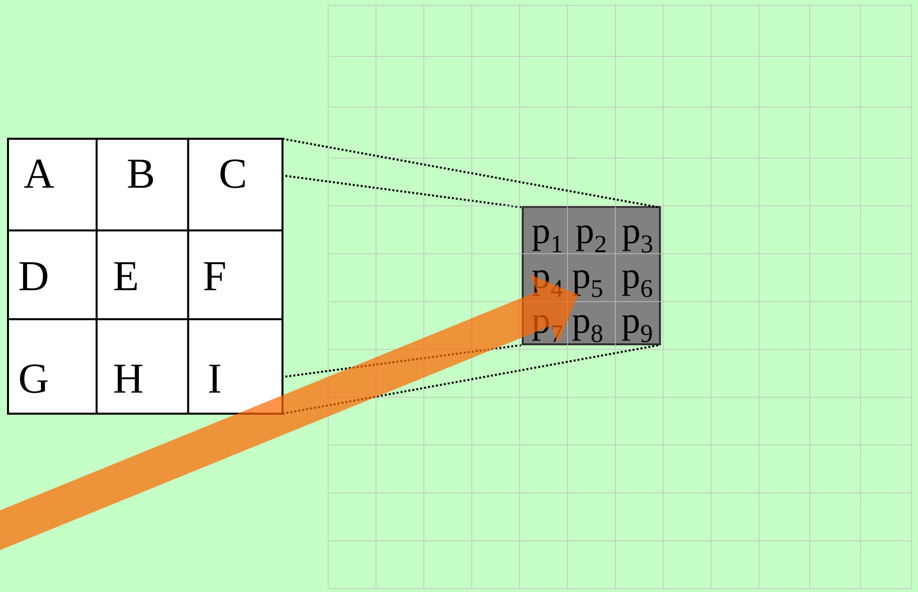
$$y(n_1, n_2) = x(n_1, n_2) ** h(n_1, n_2)$$

Η διδιάστατη συνέλιξη - γραφικά



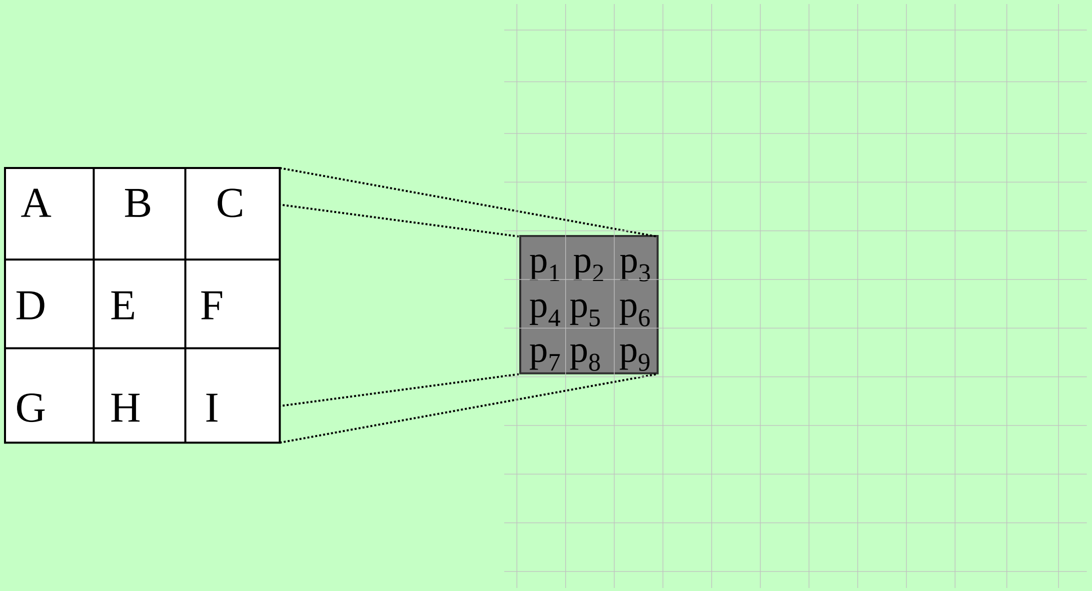
Συνέλιξη – υλοποίηση

Το αποτέλεσμα της συνέλιξης για την τιμή της εικόνας στη θέση n_1,n_2 δηλ. στο p_5 είναι:



$$y(n_1,n_2)=Ap_1+Bp_2+Cp_3+Dp_4+Ep_5+Fp_6Gp_7+Hp_8+Ip_9$$

Συνέλιξη – υλοποίηση



Το παράθυρο (A,B,C,D,E,F,G,H,I) διατρέχει την εικόνα και κάθε φορά υπολογίζεται το γινόμενο του παραθύρου με τα αντίστοιχα pixel της εικόνας. Στην εικόνα εξόδου το αποτέλεσμα της συνέλιξης αποδίδεται στο κεντρικό pixel του παραθύρου.

Συνέλιξη στο πεδίο της συχνότητας

Μετασχηματισμός Fourier

Μετασχηματισμός Fourier ←→ DFT-FFT

2-D DFT και IDFT

Για μία εικόνα f(x,y) ο DFT είναι:

$$F(u,v) = \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x,y) e^{-j2\pi(ux/M + vy/N)}$$

$$u = 0, 1, 2, \cdots, M-1$$

$$v = 0, 1, 2, \cdots, N-1$$

Ο IDFT είναι:

$$f(x,y) = \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} F(u,v) e^{j2\pi(ux/M + vy/N)}$$

$$x = 0, 1, 2, \cdots, M-1$$

$$y = 0, 1, 2, \cdots, N-1$$

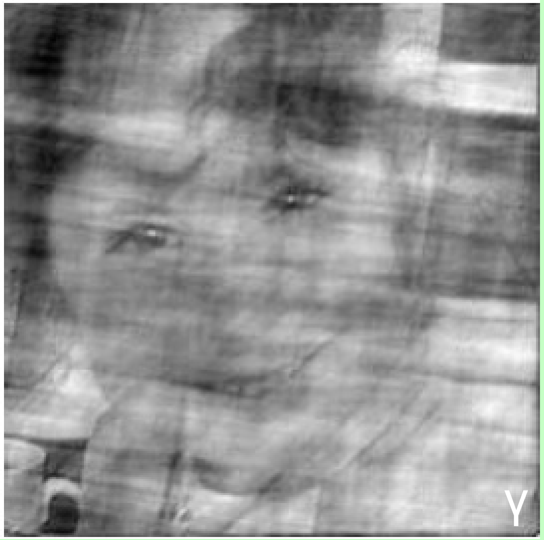
Μετασχηματισμός Fourier

Ιδιότητες

- Διαχωρίσιμη πράξη
- Μιγαδικός αριθμός (μέτρο – φάση)
- Οι τιμές u,v κοντά στο 0,0 αντιστοιχούν σε χαμηλές συχνότητες.

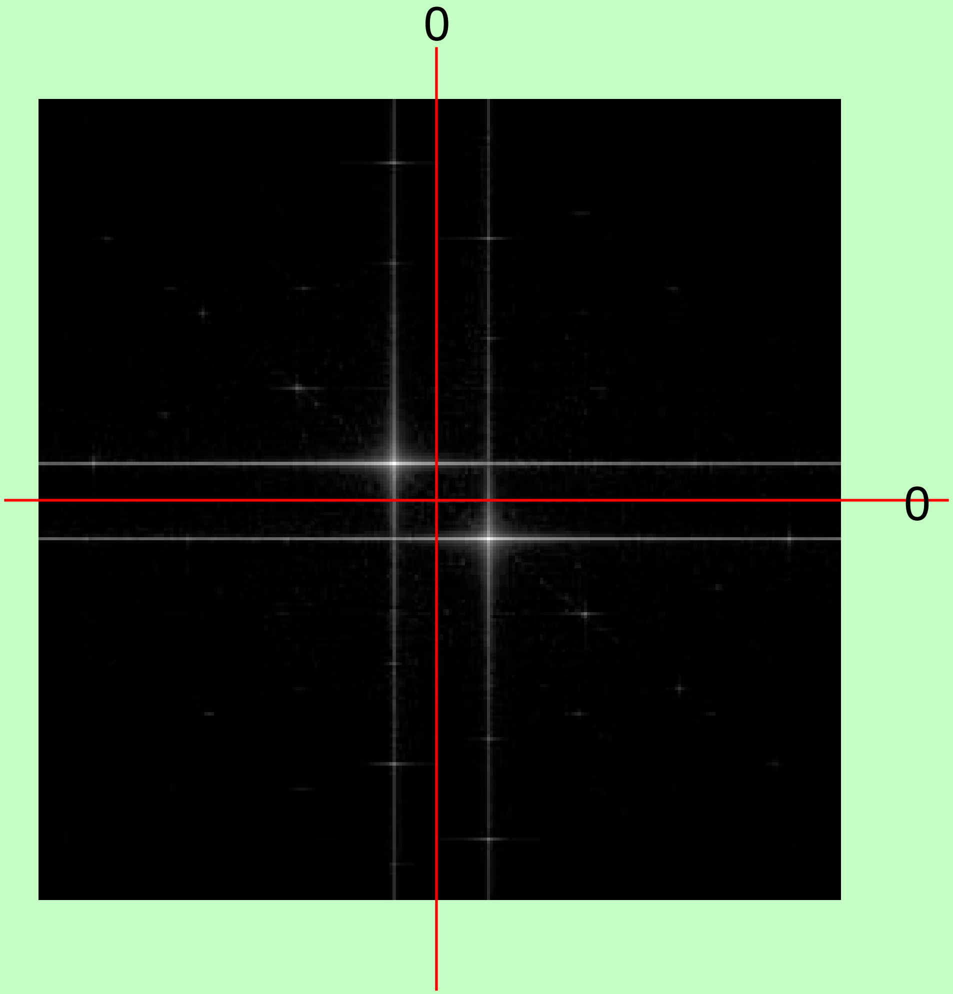
$$\mathbf{F(0,0)} = \frac{1}{MN}\sum_{x=0}^{M-1}\sum_{y=0}^{N-1} f(x,y) = \text{μέση τιμή του } f(x,y)$$

Τι είναι πιο σημαντικό?
Μέτρο ή φάση



Η εικόνα (γ) προέρχεται από το φάσμα πλάτους της εικόνας (α) και το φάσμα φάσης της εικόνας (β)

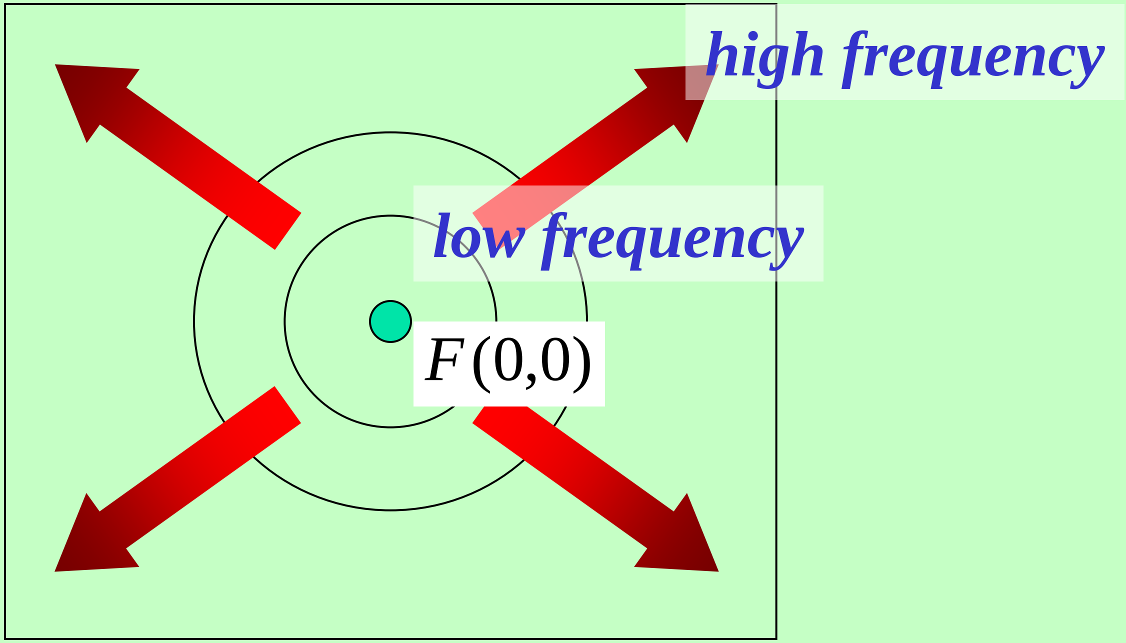
Μετασχηματισμός Fourier Παράδειγμα



Filtering στο πεδίο της συχνότητας

- Βασικές έννοιες:
  - low frequency : μικρές μεταβολές στα χαρακτηριστικά της εικόνας
  - high frequency : απότομες μεταβολές όπως θόρυβος ή περιγράμματα αντικειμένων

$F(u,v)$



Συνέλιξη μέσω FFT

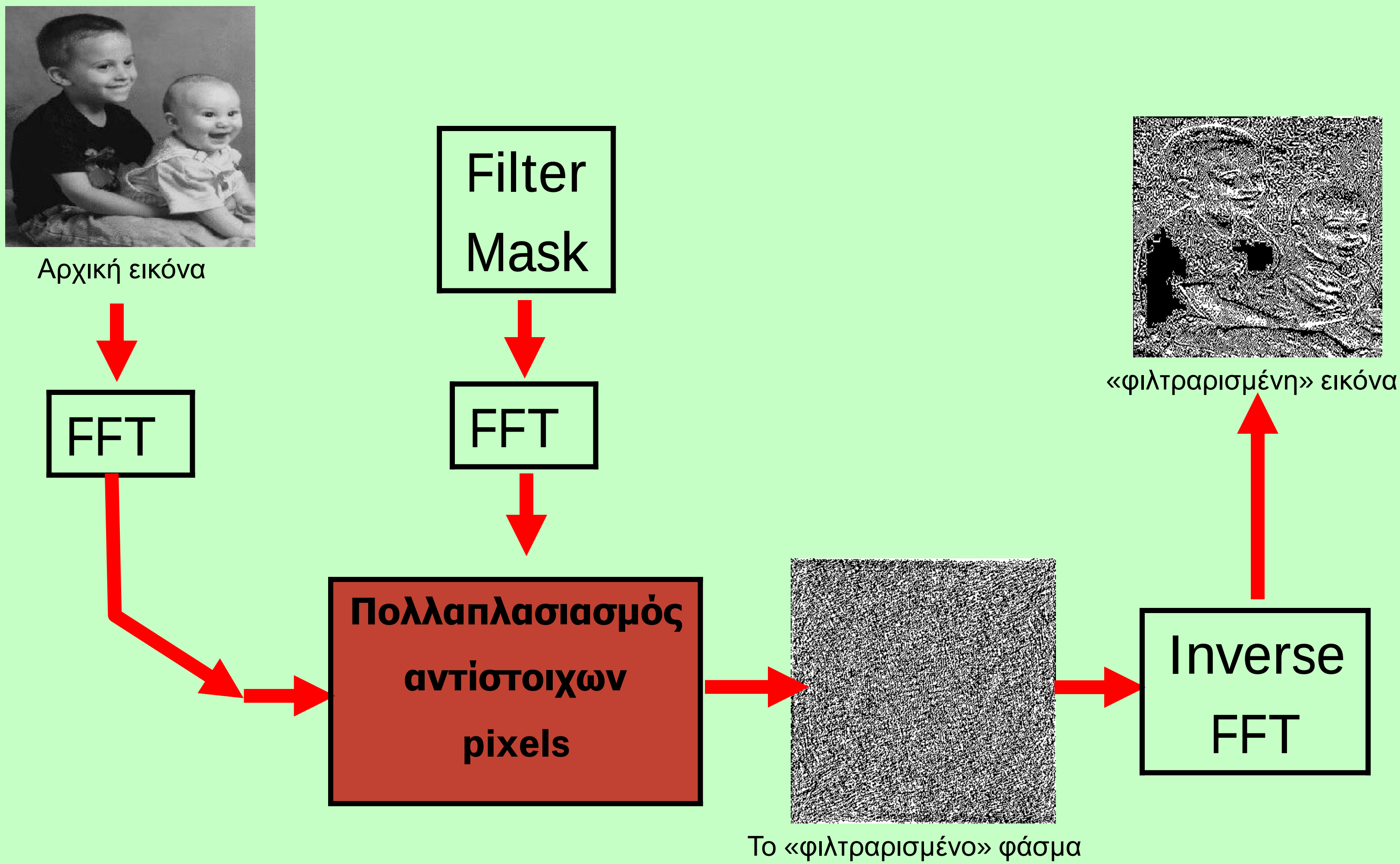
Βασική ιδιότητα:

η πράξη του πολλαπλασιασμού στο πεδίο της συχνότητας ισούται με την συνέλιξη στο χρόνο και αντιστρόφως

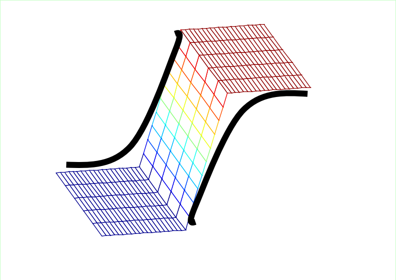
$$f(x,y)**h(x,y) \Leftrightarrow F(u,v)H(u,v)$$

ΠΡΟΣΟΧΗ ΣΤΙΣ ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ

Συνέλιξη μέσω FFT



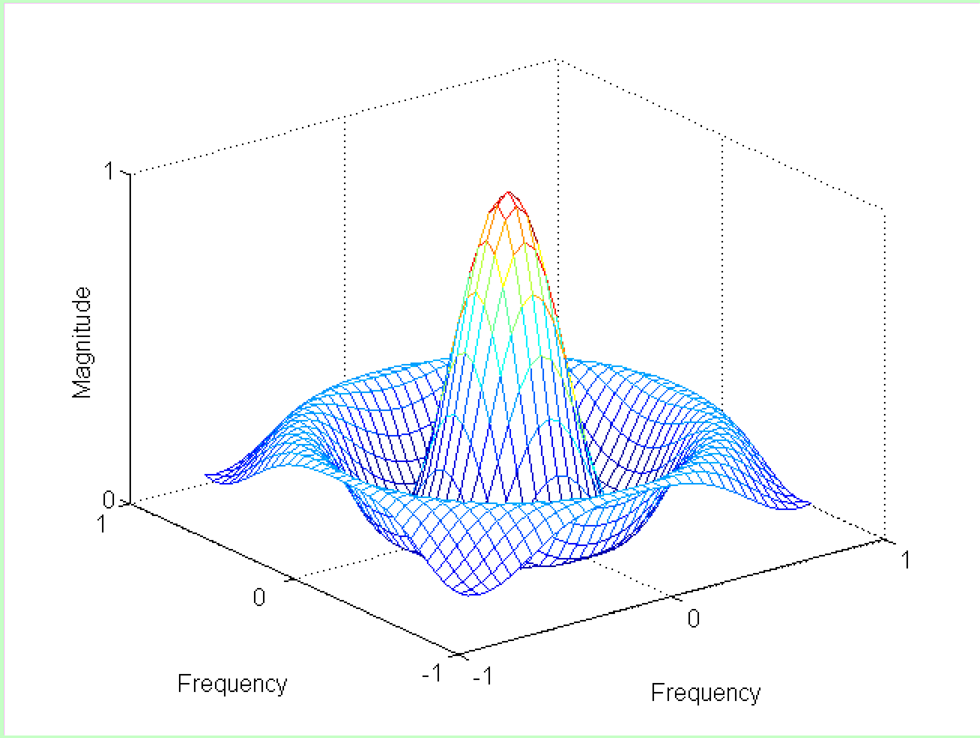
Α. Βαθυπερατά φίλτρα



Ιδιότητες

- Φιλτράρουν τις υψηλές συχνότητες (σήματα θορύβου).
- Λειαίνουν απότομες μεταβολές στην ένταση

→Θολώνουν την εικόνα (blurring).



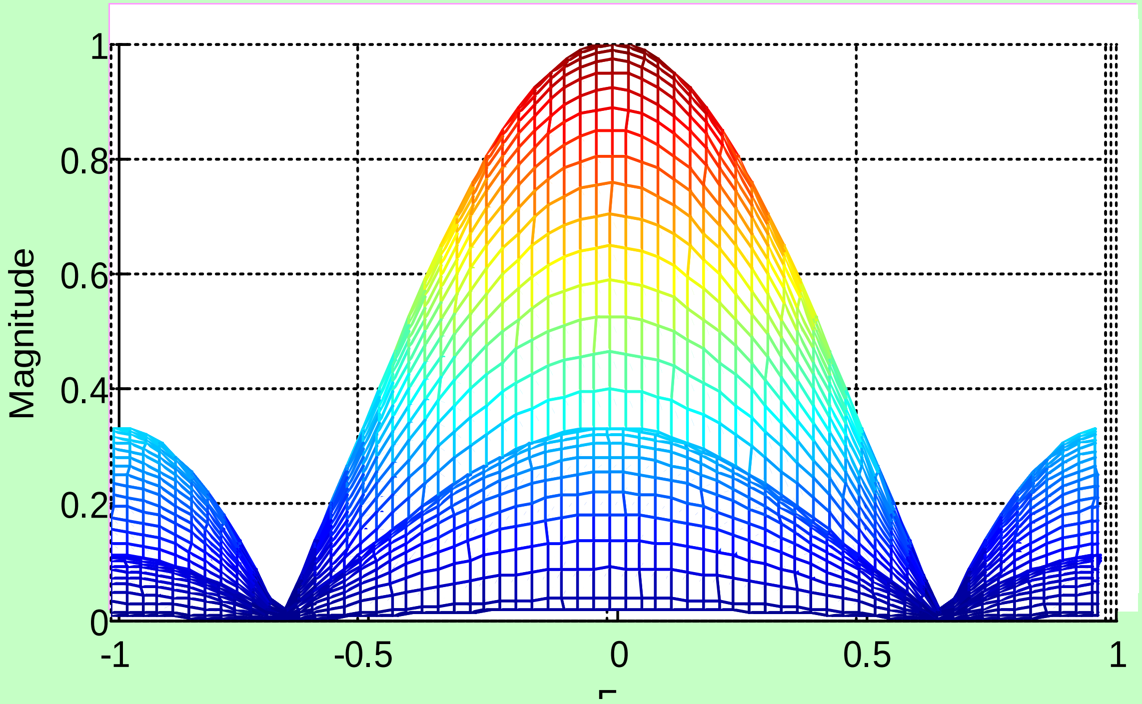
Απόκριση συχνότητας

Βασικές Κατηγορίες βαθυπερατών φίλτρων

- Φίλτρα μέσης τιμής (mean filters)
- Φίλτρα Gaussian μορφής (Gaussian filters)
- Φίλτρα Butterworth , Chebyshev κλπ
- Φίλτρα διάμεσης τιμής (median filters)
- Μη γραμμικά φίλτρα (harmonic κλπ)

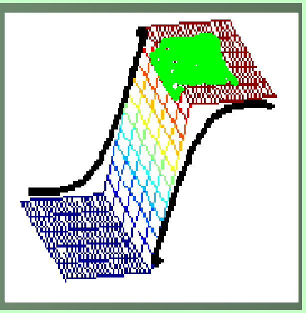
Βαθυπερατά φίλτρα - Κατηγορίες βαθυπερατών φίλτρων

Φίλτρα μέσης τιμής (averager)



Απόκριση συχνότητας (2 διαστάσεων) για το φίλτρο μέσης τιμής. Στις χαμηλές συχνότητες - γύρω απο το σημείο (0,0) το πλάτος είναι μεγάλο. Οι συχνότητες -1 και 1 αντιστοιχούν στο $f_s/2$ (π)

Θόλωση (blurring)



Αρχική εικόνα

Εφαρμογή 3x3
averager

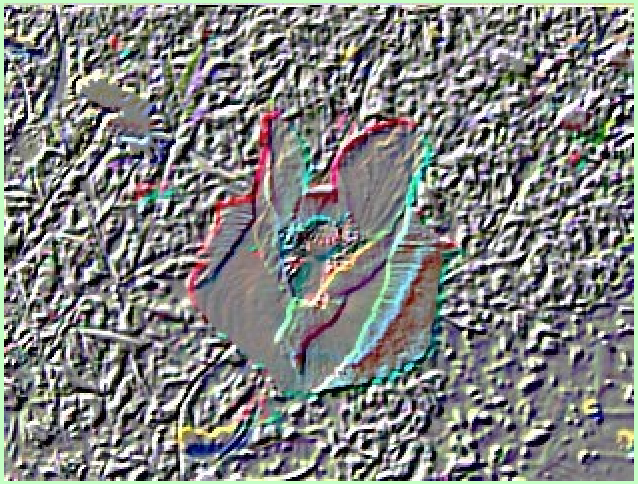
Εφαρμογή 7x7
averager

Θολωση “κίνησης”

0	0	0.0003	0.0107	0.0209
0.1789	0.1893	0.1998	0.1893	0.1789
0.0209	0.0107	0.0003	0	0

Emboss -ανάγλυφο

-1, -1, 0,
-1, 0, 1,
0, 1, 1



Original Image

Motion Blurred Image

```
I = imre                    tif'); subplot(                 );
title('Ori

H = fspe                    45); MotionB                   ,'replicate');
subplot(                   MotionBlur);ti                  ed Image');

 H = fsp                    blurred = imf                  e');
subplot(2,2,3); imshow(blurred); title('Blurred Image');

H = fspecial('unsharp'); sharpened = imfilter(I,H,'replicate');
subplot(                   sharpened); t                   mage');
```

Blurred Image

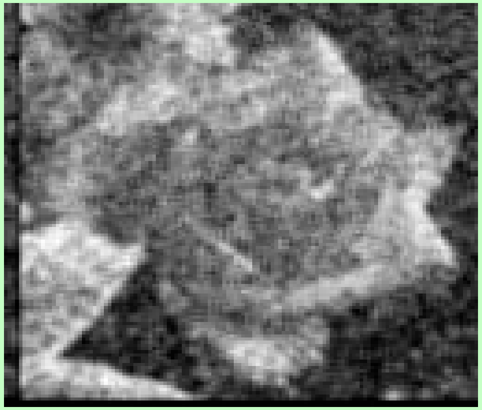
Sharpened Image

Ελάττωση θορύβου – επίδραση μήκους παραθύρου

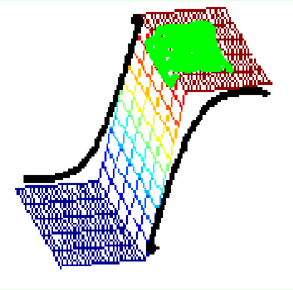
Αρχική εικόνα

Εικόνα με θόρυβο N(0,0.05)

Εφαρμογή ***averager*** 3x3

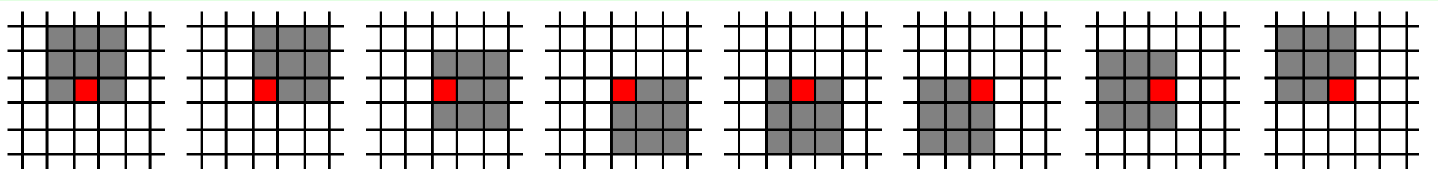


Μέση τιμή με περιστρεφόμενη μάσκα



Μία διαδικασία για να αποφεύγεται η θόλωση

Η έξοδος στο φίλτρο αυτό υπολογίζεται ως η μέση τιμή από τα pixel μίας περιστρεφόμενης μάσκας με την μεγαλύτερη ομοιογένεια

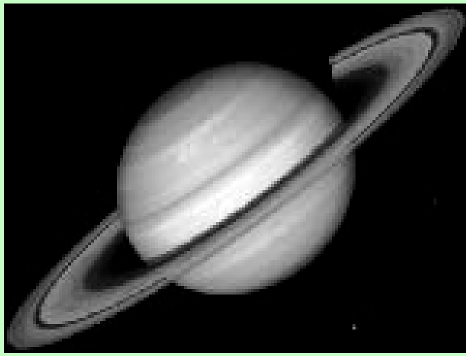


Η ομοιογένεια υπολογίζεται από την τιμή της διακύμανσης

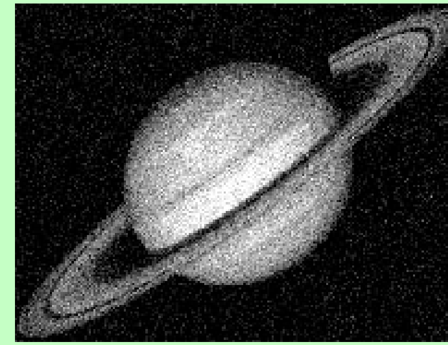
$$\bar{g}_{ij} = \frac{1}{|D|}\sum_{g_{mn}\in D} g_{mn} \qquad \sigma_{ij}^2 = \frac{1}{|D|}\sum_{g_{mn}\in D}(g_{mn}-\bar{g}_{ij})^2$$

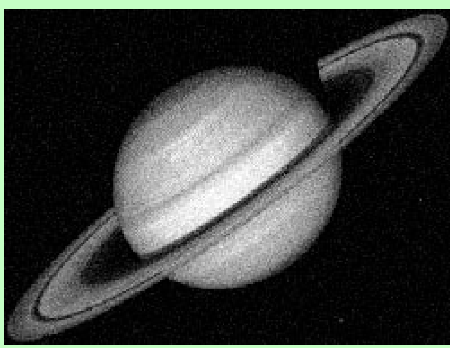
Μέση τιμή σε πολλά frames (averaging)

Χαρακτηριστική εφαρμογή: μείωση θορύβου $\sigma^2_{\bar{g}(x,y)} = \frac{1}{K}\sigma^2_{\eta(x,y)}$



αρχική

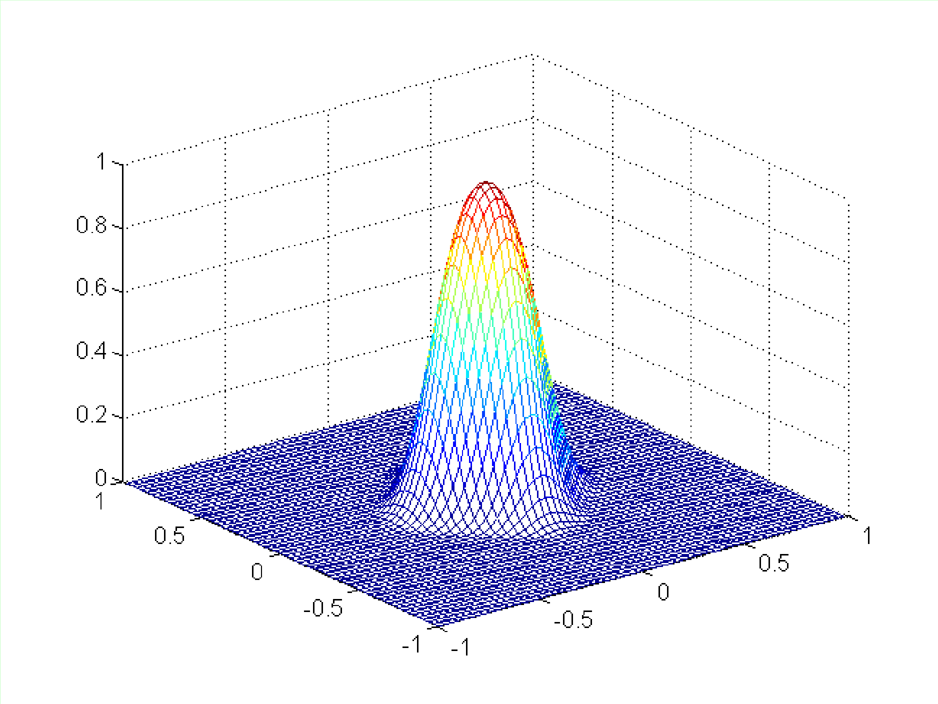




τελική

```
s=imread('saturn.tif');
i1=imnoise(s,'gaussian');i1=double(i1)/255;
i2=imnoise(s,'gaussian');i2=double(i2)/255;
i3=imnoise(s,'gaussian');i3=double(i3)/255;
i4=imnoise(s,'gaussian');i4=double(i4)/255;
i=(i1+i2+i3+i4)/4;
figure(1); imshow(s)
figure(2); imshow(i)
```

Gaussian φίλτρα



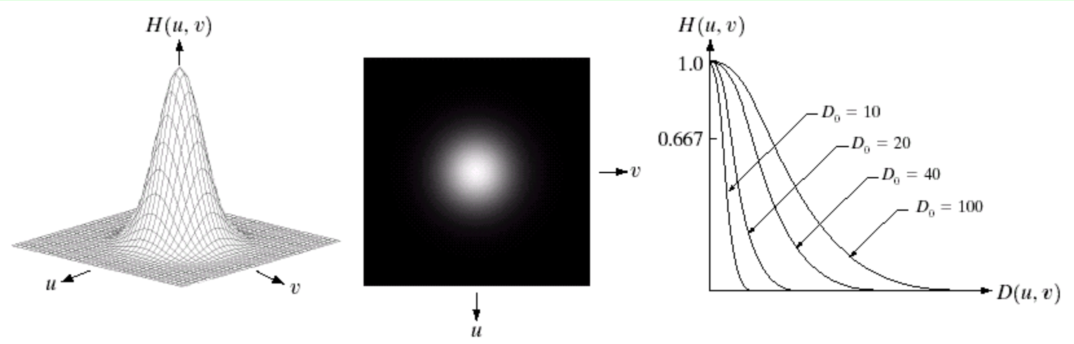
Οι συντελεστές των Gaussian φίλτρων δίνονται από τη μορφή της Gaussian συνάρτησης:

- $g(x)=\exp(-x^2/2\sigma^2)$

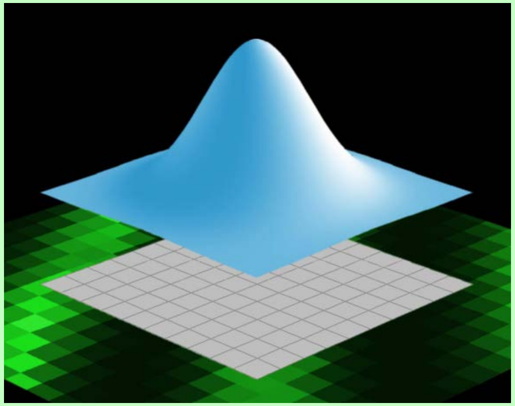
  σε μία διάσταση

- $g(i, j)=\exp(-(i^2+j^2)/2\sigma^2)$

  σε δύο διαστάσεις



Ιδιότητες Gaussian συνάρτησης

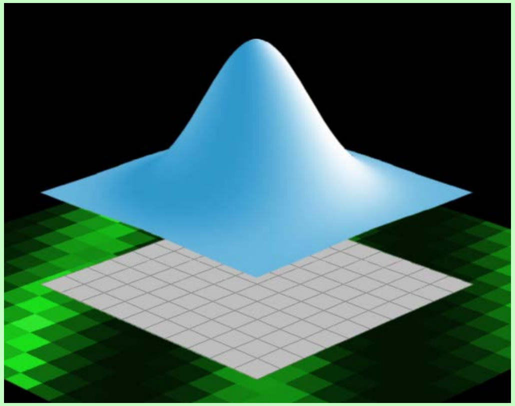


1. Είναι ανεξάρτητη της διεύθυνσης.
2. Έχει μόνο έναν λοβό, δηλαδή οι συντελεστές του αντίστοιχου φίλτρου ελαττώνονται μονότονα με την απόσταση.
3. Ο μετασχηματισμός Fourier της Gaussian συνάρτησης είναι επίσης Gaussian, με αποτέλεσμα οι ανεπιθύμητες υψηλές συχνότητες να μην ενισχύονται.

$$g(i, j)=\exp(-(i^2+j^2)/2\sigma^2)$$

$$G(u, v)=\exp(-(u^2+v^2)\,\sigma^2/2)$$

Ιδιότητες Gaussian συνάρτησης (συνέχεια)

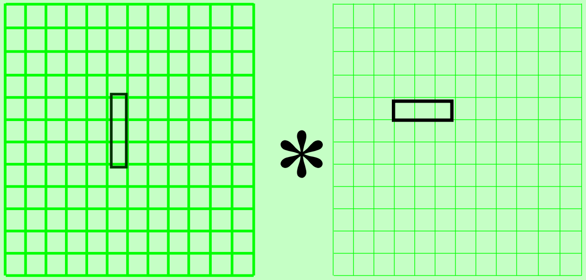


5. Η παράμετρος **σ** δίνει τη δυνατότητα ελέγχου του βαθμού φιλτραρίσματος.
6. Είναι διαχωρίσιμη σε οριζόντια και κάθετη διαδικασία.

$$
\begin{aligned}
P(x,y) &= \frac{1}{\sigma^2 2\pi} e^{\frac{-(x^2+y^2)}{2\sigma^2}} \\
&= \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-x^2}{2\sigma^2}} e^{\frac{-y^2}{2\sigma^2}} \\
&= \left(\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-x^2}{2\sigma^2}} \right) \left(\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-y^2}{2\sigma^2}} \right) \\
&= P(x) \times P(y)
\end{aligned}
$$

0.06	0.24	0.40	0.24	0.06

0.06
0.24
0.40
0.24
0.06



λεπτομέρειες

7. Διαδοχικό φιλτράρισμα με Gaussian φίλτρο διακύμανσης σ είναι ισοδύναμο με ένα φιλτράρισμα από Gaussian διακύμανσης $2^{1/2}\sigma$.

$$s = \begin{matrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{matrix}$$

$$v = \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{matrix}$$

$$h = -1 \; 0 \; 1$$

S=v*h

Σχεδιασμός Gaussian φίλτρων

Μία προσέγγιση δίνεται από τους συντελεστές δυωνυμικής κατανομής: $(1+x)^n = \binom{n}{0} + \binom{n}{1}x + \binom{n}{2}x^2 + ... + \binom{n}{n}x^n$

π.χ. Για 5 σημεία οι συντελεστές είναι: **1 4 6 4 1**

Προφανώς η άμεση προσέγγιση γίνεται από τη σχέση ορισμού:

$$\mathbf{g(i,j) = e^{-\frac{i^2+j^2}{2\sigma^2}} = e^{-\frac{\rho^2}{2\sigma^2}} = g(\rho,\theta) = g(\rho)}$$

Για n=7 και $\sigma^2=2$ έχουμε:

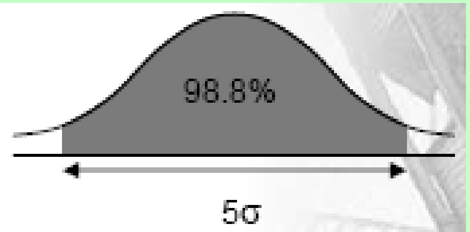
[i,j]	-3	-2	-1	0	1	2	3
-3	.011	.039	.082	.105	.082	.039	.011
-2	.039	.135	.287	.368	.287	.135	.039
-1	.082	.287	.606	.779	.606	.287	.082
0	.105	.368	.779	1	.779	.368	.105
1	.082	.287	.606	.779	.606	.287	.082
2	.039	.135	.287	.368	.287	.135	.039
3	.011	.039	.082	.105	.082	.039	.011

Suppose we want to use a 5x5 window to apply a Gaussian filter with $\sigma^2 = 1$

- The centre of the window has $x = y = 0$
- We sample the Gaussian at each point
- We then normalise it

	-2	-1	0	1	2
-2	0.00	0.01	0.02	0.01	0.00
-1	0.01	0.06	0.10	0.06	0.01
0	0.02	0.10	0.16	0.10	0.02
1	0.01	0.06	0.10	0.06	0.01
2	0.00	0.01	0.02	0.01	0.00

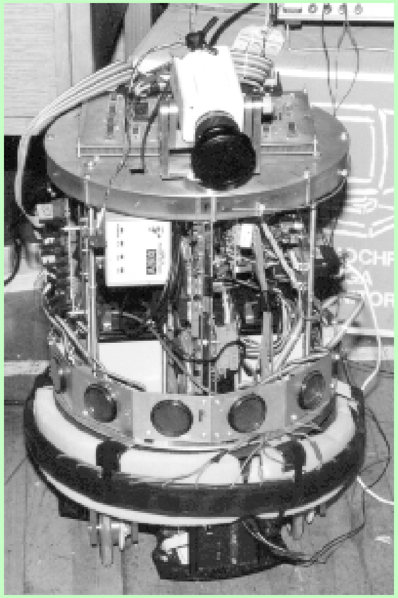
$\times \frac{1}{0.96}$

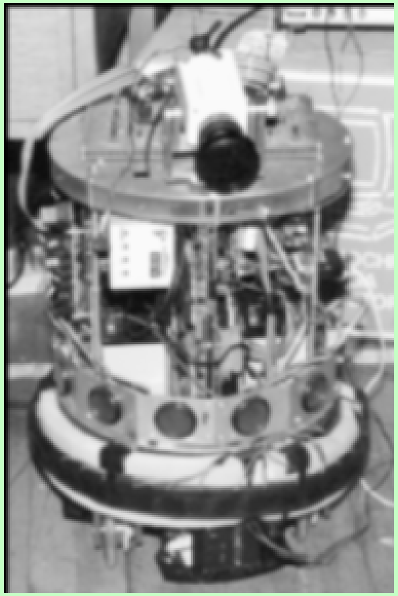


- If we take the filter width to be at least 5σ we get more than 98% of the values we want

Παρατηρούμε πως οι συντελεστές είναι συμμετρικοί και φθίνουν μονότονα με την απόσταση από το pixel (i, j)= (0, 0)

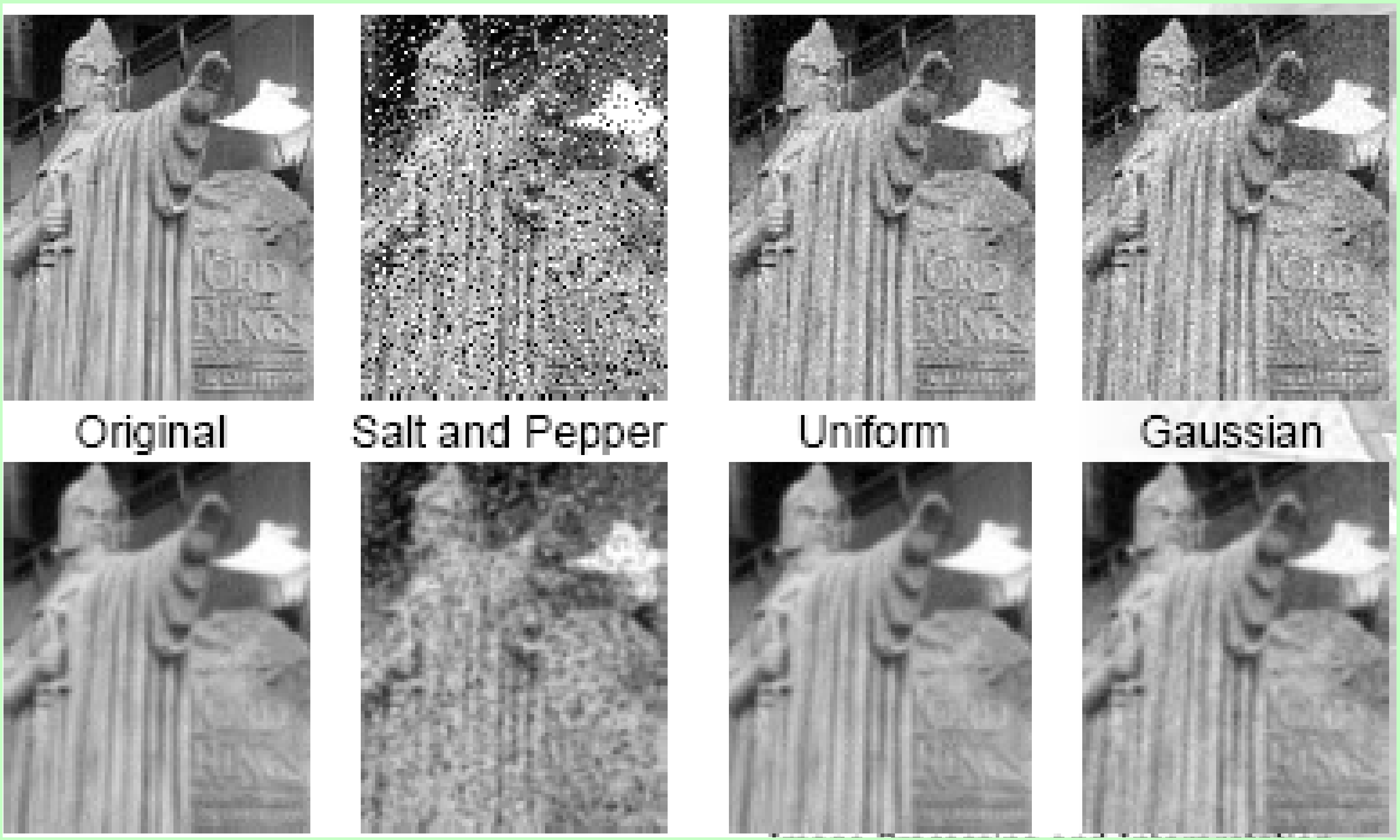
Gaussian φίλτρα
παράδειγμα 1





Αρχική σ=1 σ=2 σ=4

Gaussian φίλτρα
παράδειγμα 2

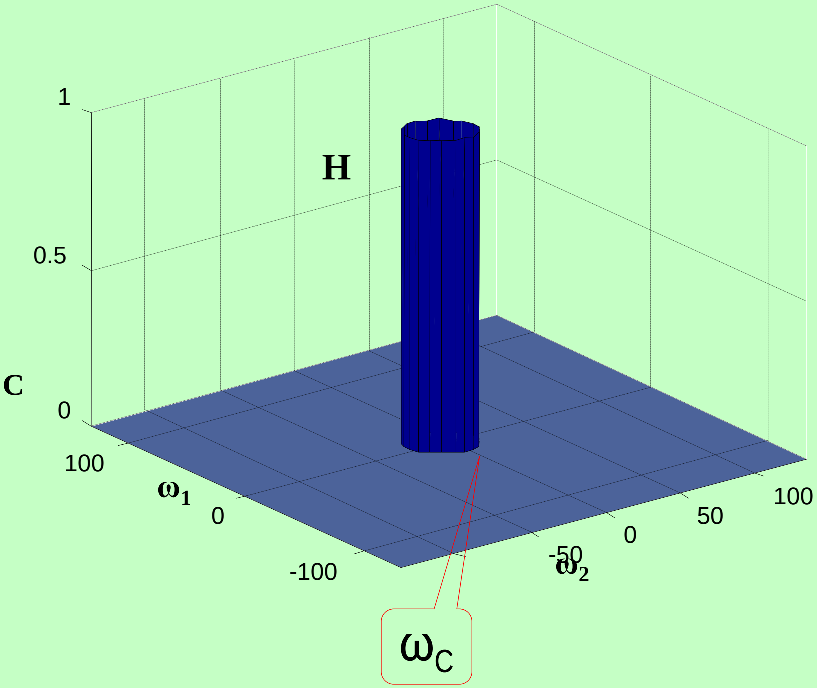


Ιδανικά φίλτρα - IIR φίλτρα

Ένα ιδανικό βαθυπερατό φίλτρο θα είχε μία απόκριση συχνότητας που θα ήταν μηδενική για συχνότητες μεγαλύτερες από μία δοθείσα «ακτινική» ή τετραγωνική συχνότητα $\boldsymbol{\omega_C}$

$$H(\omega_1,\omega_2)=\begin{cases}1, & \text{έαν} \quad \sqrt{\omega_1^2+\omega_2^2}\le\omega_C\\ 0 & \text{διαφορετικά}\end{cases}$$

$$H(\omega_1,\omega_2)=\begin{cases}1, & \text{έαν} \quad \omega_1\le\omega_{1C},\omega_2\le\omega_{2C}\\ 0 & \text{διαφορετικά}\end{cases}$$



Απόκριση :

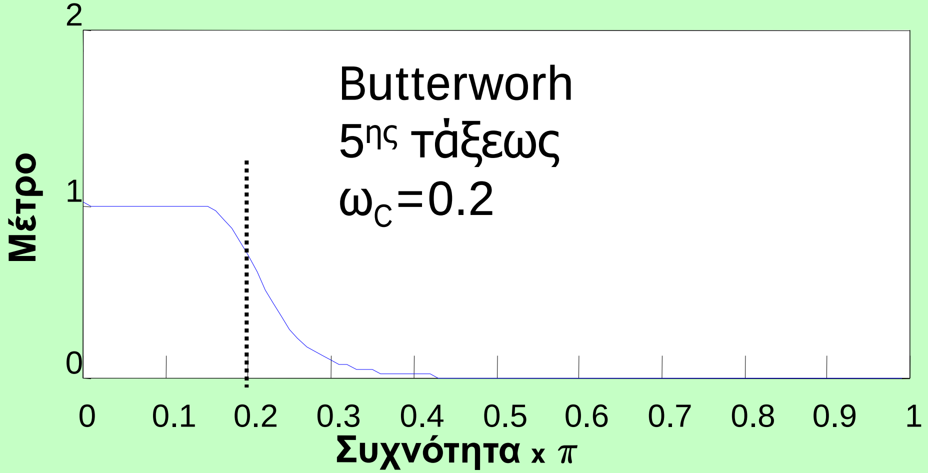
$$h(m,n)=A\omega_{1C}\,\omega_{2C}\,\mathrm{sinc}(\omega_{1C}m)\mathrm{sinc}(\omega_{2C}n)$$

Butterworth φίλτρα

Μία προσέγγιση της ιδανικής συνάρτησης γίνεται με συναρτήσεις Butterworth:

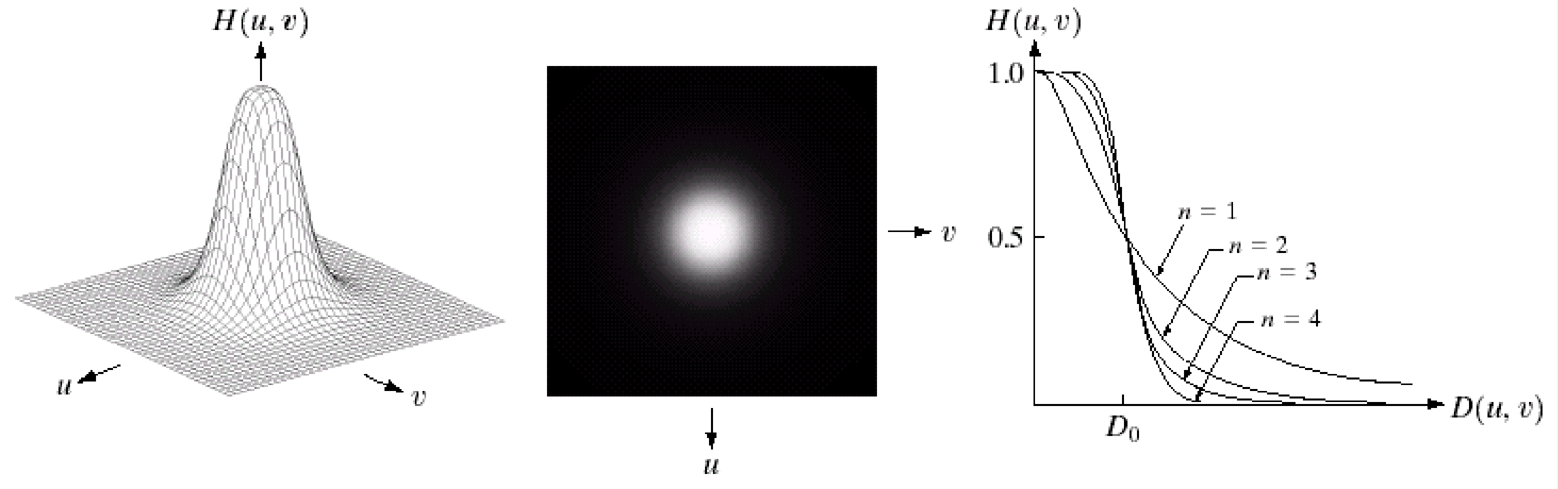
$$H(\omega_1,\omega_2)=\frac{1}{1+\left[\frac{\sqrt{\omega_1^2+\omega_2^2}}{\omega_C}\right]^{2k}}$$

Σε μία διάσταση (τομή) η απόκρισή τους έχει την παρακάτω μορφή:

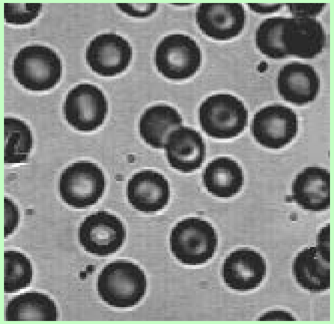


Butterworth φίλτρα

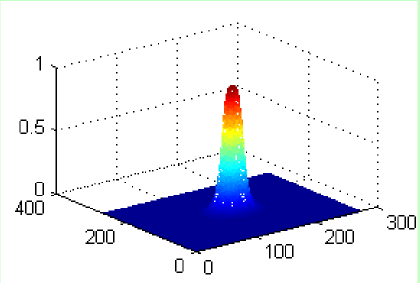
$$H(u,\upsilon) = \frac{1}{1+\left[\dfrac{D(u,\upsilon)}{D_0}\right]^{2n}} \qquad D(u,\upsilon) = \sqrt{u^2+\upsilon^2}$$

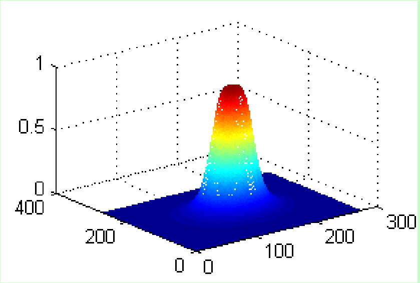


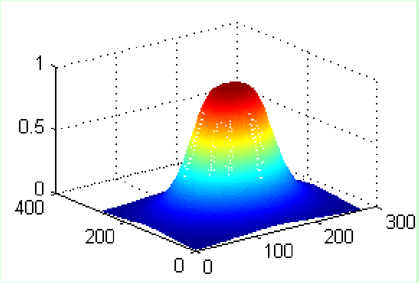
Butterworth φίλτρα
Παράδειγμα
Υλοποίηση στο πεδίο των συχνοτήτων

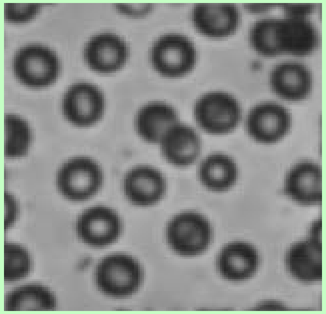


Αρχική εικόνα

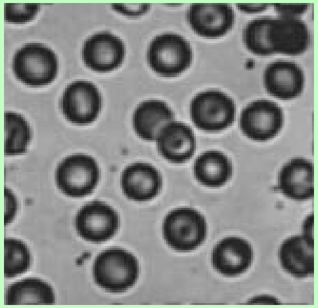




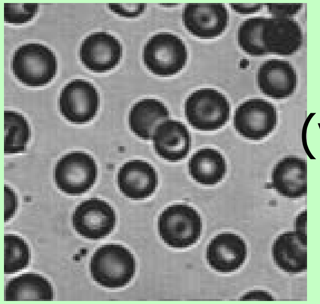




(α)



(β)

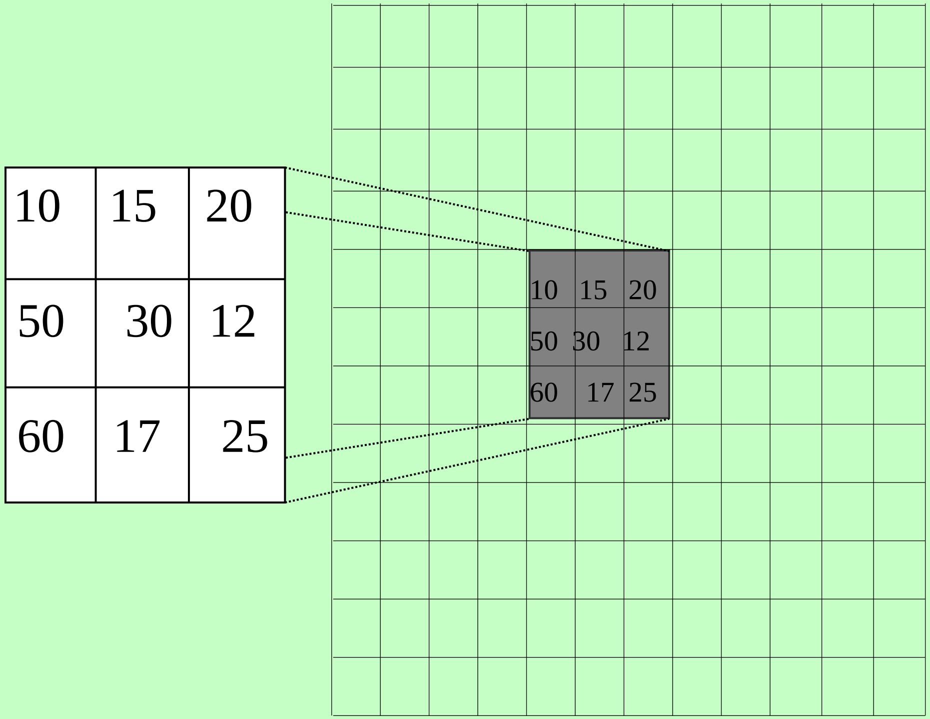


(γ)

Φιλτράρισμα με τρία διαφορετικά φίλτρα Butterworth α) $\omega_C=4$ β)$\omega_C=6$, *και* γ)$\omega_C=8$

ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΑ

Φίλτρα διάμεσης τιμής (Median filters)



Διάταξη σύμφωνα
με την τιμή του pixel

10
12
15
17
20 → διάμεση τιμή
25
30
50
60

Η υλοποίησή τους γίνεται με καθορισμό ενός παραθύρου (μάσκας) που διατρέχει όλη την εικόνα και επιλέγεται ως έξοδος η μεσαία (median) τιμή.

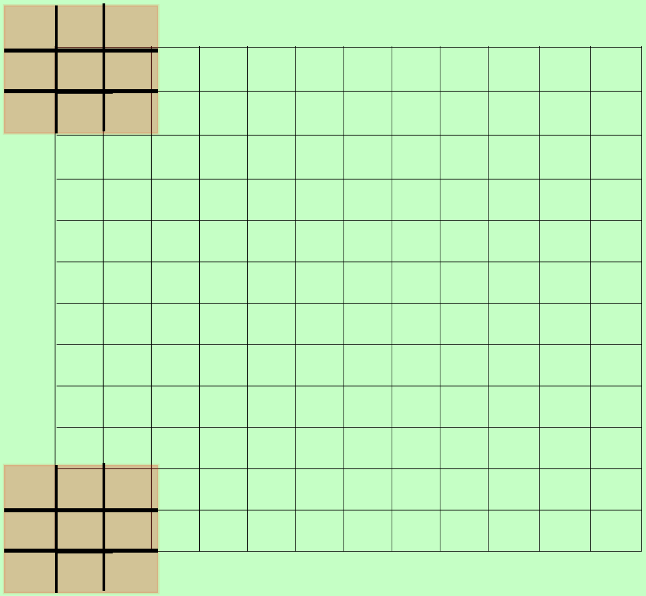
Φίλτρα διάμεσης τιμής (median) Ιδιότητες

Είναι ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΑ

median {x1,x2,x3} +median{y1,y2,y3}≠median{x1+y1,x2+y2,x3+y3}

Επανειλημμένη εφαρμογή του median φίλτρου καταλήγει σε εικόνες που δεν μεταβάλλονται. Αυτά είναι τα Σήματα - ρίζες

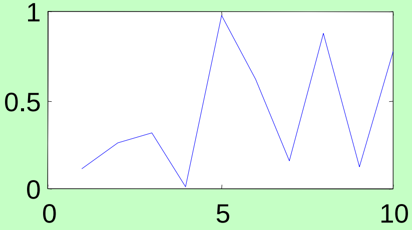
Σημεία στα άκρα της εικόνας



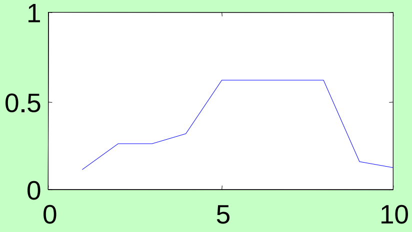
Είναι ουσιώδης η διαδικασία στα σημεία που βρίσκονται στο άκρο της εικόνας.

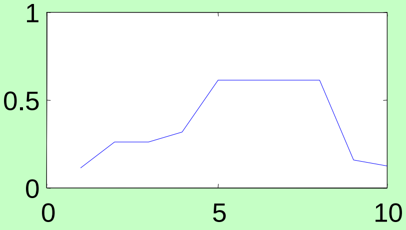
Σήματα – Ρίζες

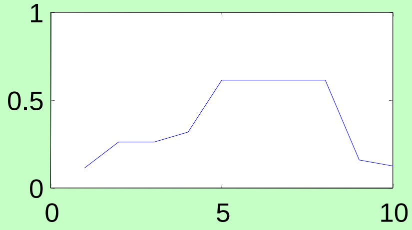
(μία διάσταση)



Αρχικό σήμα





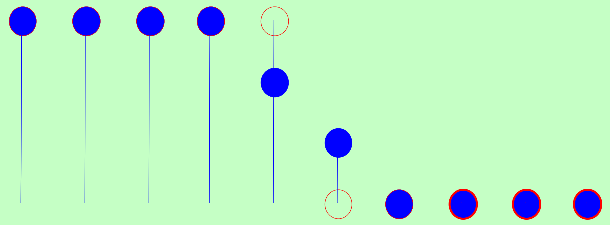


1ο φιλτράρισμα (N=3) 2ο 3ο

Μετά το δεύτερο φιλτράρισμα το σήμα ΔΕΝ αλλάζει τιμή

Φίλτρα διάμεσης τιμής (median)

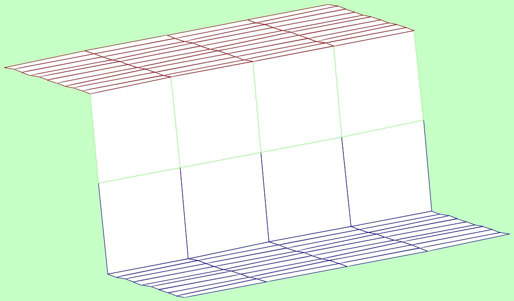
Απόκριση σε ακμή



1α διάσταση:

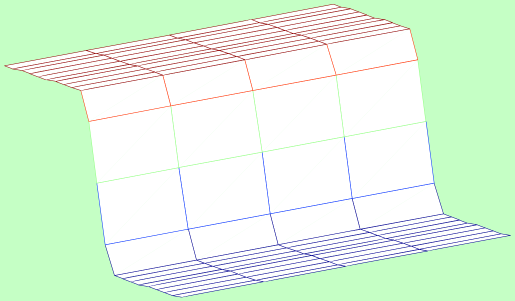
φίλτρο μέσης τιμής● και

median○ (n=3)



2 διαστάσεις -εικόνα

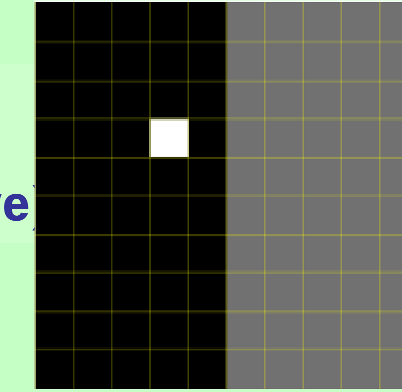
Η αρχική εικόνα – ακμή μένει αμετάβλητη στην εφαρμογή median

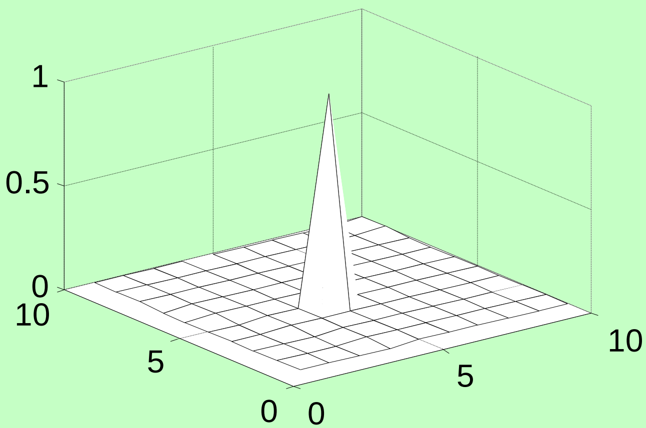


ενώ «λειαίνεται» από φίλτρο μέσης τιμής

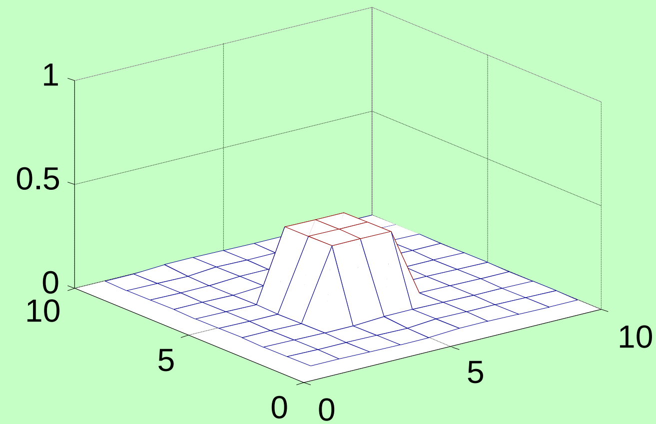
Φίλτρα διάμεσης τιμής (median)

Απόκριση σε παλμό (salt & pepper, impulsive)



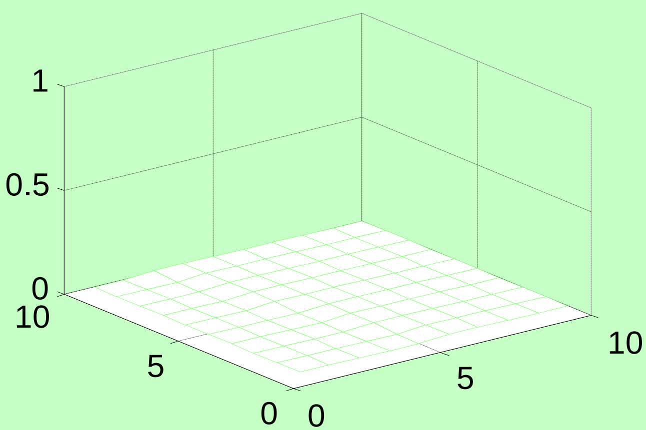


Εικόνα με
ένα παλμό



Εξοδος averager
(3x3)

Είναι εμφανής η
εξάπλωση του
παλμού.

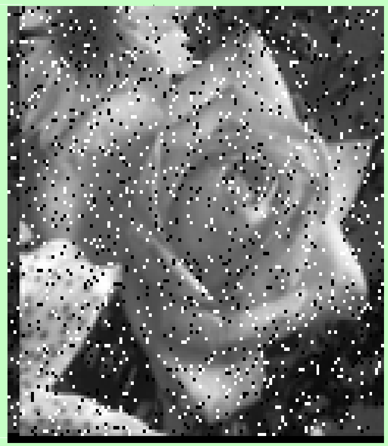


Εξοδος Median
φίλτρου (3x3)

Φίλτρα διάμεσης τιμής παράδειγμα

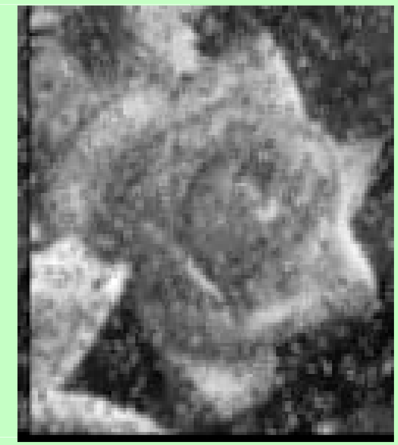
Αρχική εικόνα

Εικόνα με κρουστικό θόρυβο 10%



median φίλτρο

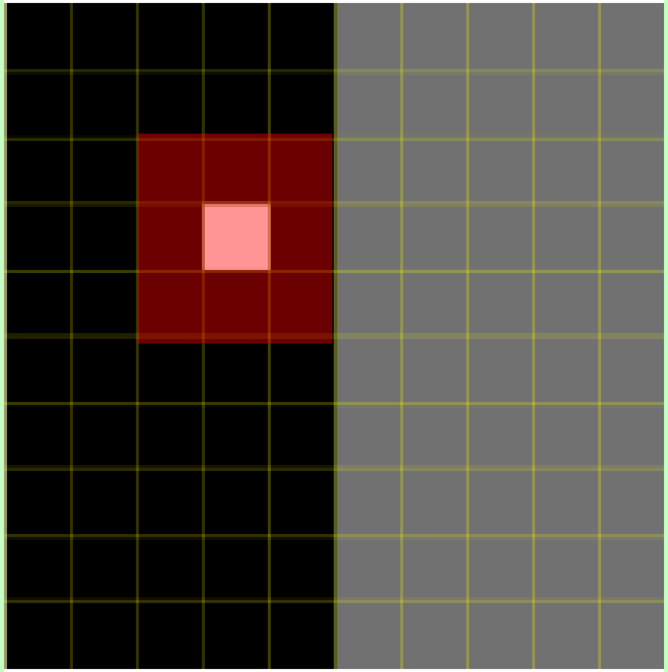
φίλτρο μέσης τιμής



Έξοδος median φίλτρου. Ο κρουστικός θόρυβος είναι 10% και εξαλείφεται εντελώς. Αντίστοιχα το φίλτρο μέσης τιμής έχει πολύ *φτωχή* συμπεριφορά.

Median filtering Συμπερασματικά :

Τι θα γίνει στην ακμή και τι γύρω από το λευκό pixel??



Αλγόριθμος υλοποίησης median φίλτρων-Μετατροπή στο δυαδικό σύστημα

... 4 5 7 9 ... → median → 5

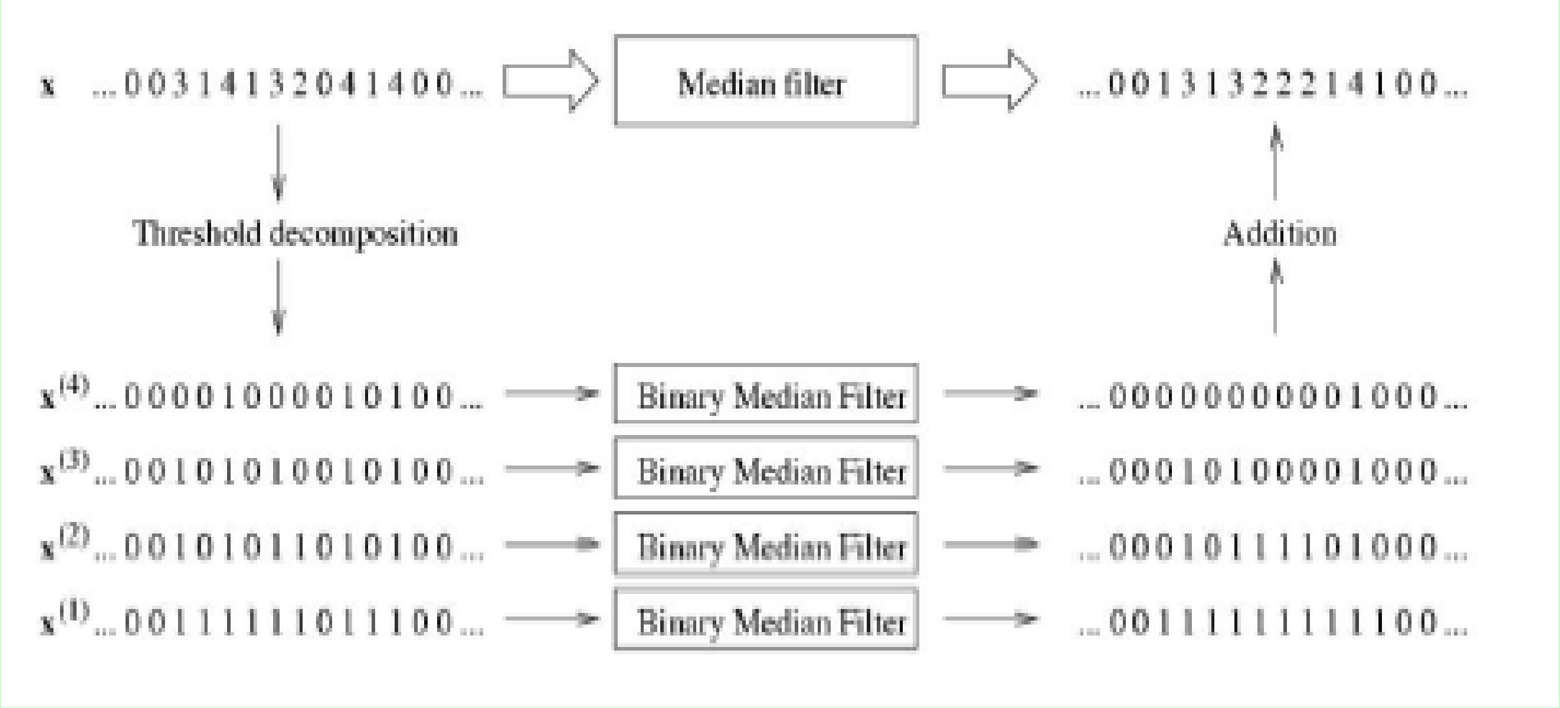
... 0 0 0 1 ... → median → 0

... 1 1 1 0 ... → median → 1

... 0 0 1 0 ... → median → 0

... 0 1 1 1 ... → median → 1

Γενίκευση – «αποσάθρωση» Φίλτρα σωρού (stack filters)



Φίλτρα σωρού – stack filters. Στην είσοδο το σήμα αποσυντίθεται με κατωφλιοποίηση και προστίθενται οι έξοδοι. Εάν κάθε γραμμή πραγματοποιεί median πράξη το άθροισμα των δυαδικών εξόδων θα είναι το median φιλτρο

Θετική συνάρτηση Boole
Positive boolean function PBF

- για median φίλτρο 3 σημείων **med{x1,x2,x3 }**

η ισοδύναμη δυαδική Boolean συνάρτηση:

$$f(x1; x2; x3) = x1x2 + x2x3 + x1x3$$

- Γενικά:

$$f(x1, x2, x3, x4\ x5) = x1x2 + x2x3x4 + x4x5$$

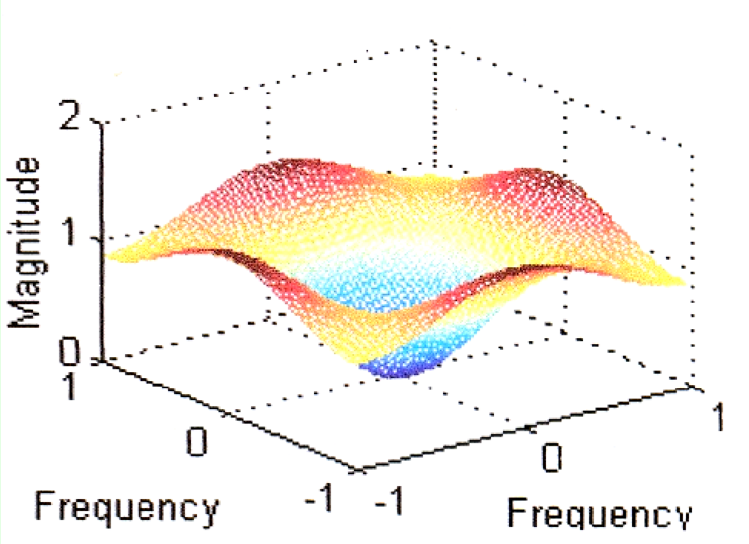
- **Max-min**

$$MAX\left\{MIN\{X_1, X_2\}, MIN\{X_2, X_3, X_4\}, MIN\{X_4, X_5\}\right\}$$

Β. Υψιπερατά φίλτρα

Ιδιότητες:

- **Εξασθενούν τις χαμηλές συχνότητες σε μία εικόνα και τονίζουν τις υψηλές.**
- **Τονίζουν τις μεταβολές της εικόνας (contrast).**
- **Δίνουν έμφαση στις λεπτομέρειες.**
- **Ενισχύουν τον θόρυβο.**



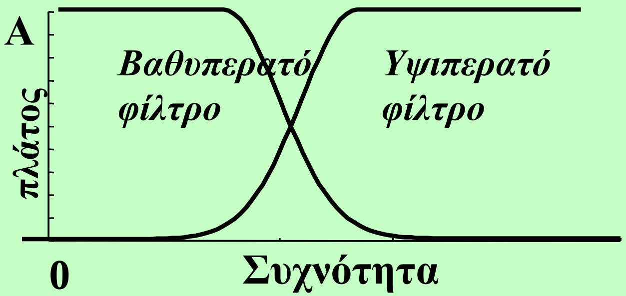
4 υψιπερατές μάσκες 3x3 :

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}(1) \quad \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 9 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}(2) \quad \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 5 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}(3) \quad \begin{bmatrix} -\frac{1}{9} & -\frac{1}{9} & -\frac{1}{9} \\ -\frac{1}{9} & \frac{8}{9} & -\frac{1}{9} \\ -\frac{1}{9} & -\frac{1}{9} & -\frac{1}{9} \end{bmatrix}(4)$$

Παράδειγμα

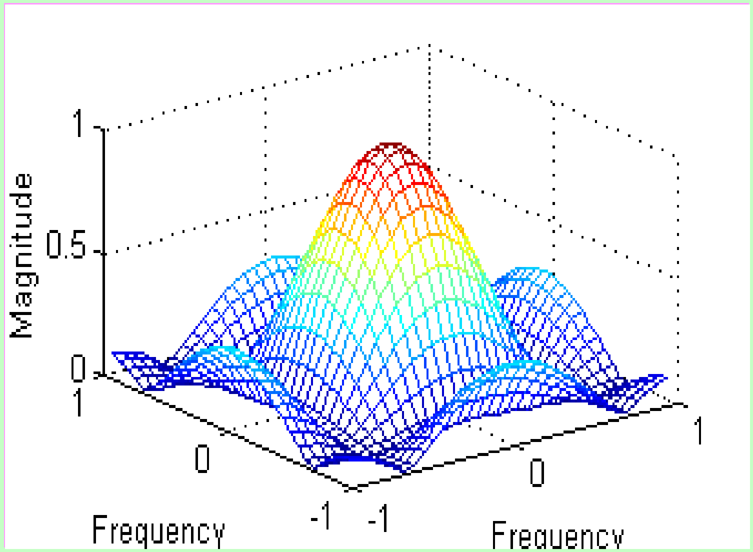
Αρχική εικόνα **(α)** **(β)** **(γ)**

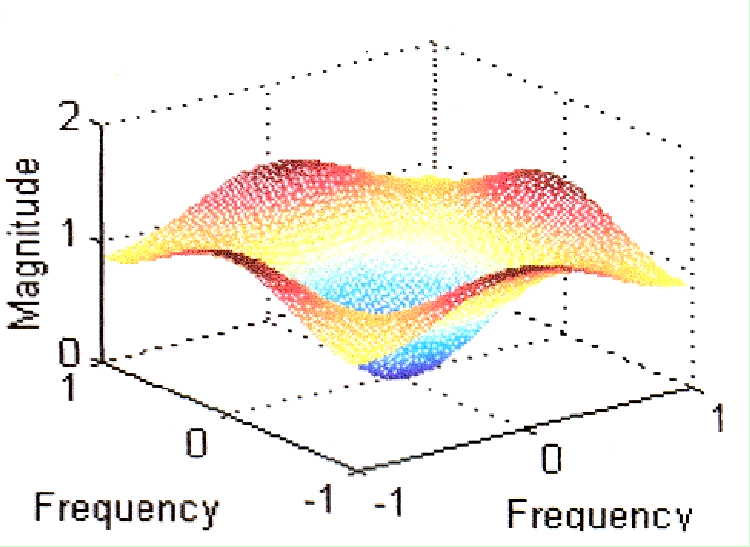
Η εικόνα (α) έχει προέλθει με εφαρμογή του υψιπερατού φίλτρου (4) στην αρχική εικόνα. Επίσης έχει γίνει *κλιμάκωση* ώστε και οι αρνητικές τιμές να μετατοπισθούν στο διάστημα 0-1. Η (β) έχει προέλθει με εφαρμογή αντίστοιχα του φίλτρου (3) χωρίς καμία κλιμάκωση των τιμών, ενώ στο (γ) έχει γίνει κλιμάκωση.



Γενικά:

$$H_{hp}(\omega_1,\omega_2)=1-H_{lp}(\omega_1,\omega_2)$$





Unsharp masking

Από ένα κλάσμα α της αρχικής εικόνας $f(k_1, k_2)$ αφαιρείται το αποτέλεσμα εξόδου βαθυπερατού φίλτρου $f_L(k1, k_2)$. Η έξοδος $g(k_1, k_2)$ είναι:

$$g(k_1, k_2) = af(k_1, k_2) - f_L(k1, k_2)$$

- Αν α=1, το αποτέλεσμα είναι υψιπερατό φίλτρο.
- Αν α>1, τότε ένα βαθυπερατό τμήμα της εικόνας προστίθεται στο αποτέλεσμα (high boost filter)

Μία υλοποίηση:

-1/9	-1/9	-1/9
-1/9	w/9	-1/9
-1/9	-1/9	-1/9

Όπου
w = 9α - 1

λεπτομέρειες

Unsharp masking

$$(1+k)\times A(x,y)-k\times A(x,y)*B(x,y)$$

$$\mathbf{B}=(1+k)\times\begin{bmatrix}0&0&0\\0&1&0\\0&0&0\end{bmatrix}-\frac{k}{9}\times\begin{bmatrix}1&1&1\\1&1&1\\1&1&1\end{bmatrix}$$

$$=\frac{k}{9}\times\begin{bmatrix}0&0&0\\0&\dfrac{9(1+k)}{k}&0\\0&0&0\end{bmatrix}-\frac{k}{9}\times\begin{bmatrix}1&1&1\\1&1&1\\1&1&1\end{bmatrix}$$

$$=\frac{k}{9}\times\begin{bmatrix}-1&-1&-1\\-1&\dfrac{9(1+k)}{k}-1&-1\\-1&-1&-1\end{bmatrix}$$

Παράδειγμα 1ο

Εικόνα εισόδου

Εικόνα εξόδου

Unsharp masking με α>1

Παράδειγμα 2ο

RGB εικόνα
Εφαρμογή στην συνιστώσα της έντασης

$$\frac{1}{9}\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 9 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

Διανυσματικές και βαθμωτές επεξεργασίες

- Στις βαθμωτές διαδικασίες επεξεργασίας εφαρμόζονται οι μέθοδοι για γκρίζες (gray scale) εικόνες με δύο τρόπους:
  α) ξεχωριστά **σε κάθε κανάλι της εικόνας**
  β) στη συνιστώσα φωτεινότητας (Y)

- Στις διανυσματικές διαδικασίες οι τρεις τιμές R,G,B θεωρούνται συνιστώσες ενός διανύσματος και οι μέθοδοι που χρησιμοποιούνται είναι βέβαια μέθοδοι διανυσματικής ανάλυσης. Μία κλασσική τέτοια μέθοδος είναι η διαδικασία του **διανυσματικού διάμεσου.**

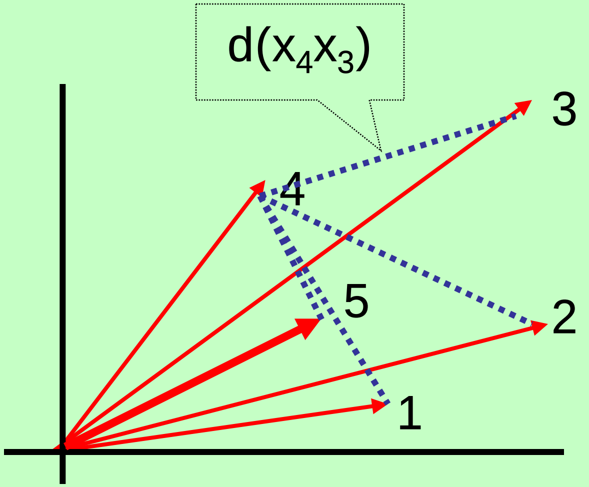
Διανυσματικός διάμεσος
Vector median

Πώς διατάσσονται Ν διανύσματα ?

1. Υπολογίζονται οι αποστάσεις **$d(x_i x_j)$** κάθε διανύσματος x_i από όλα τα υπόλοιπα
2. Υπολογίζεται η συνολική απόσταση:

$$d_i = \sum_{j=1}^{n} d(x_i, x_j)$$

3. Ο διανυσματικός διάμεσος Vector Median Filter **VMF** αντιστοιχεί στο μικρότερο d_i



Median και διεκθετική κατανομή

$$\Sigma|x-x_i| = \min$$

$$e^{-|x-x_1|}e^{-|x-x_2|}e^{-|x-x_3|}\ldots e^{-|x-x_N|} = e^{-\sum_i |x-x_i|} = \max$$

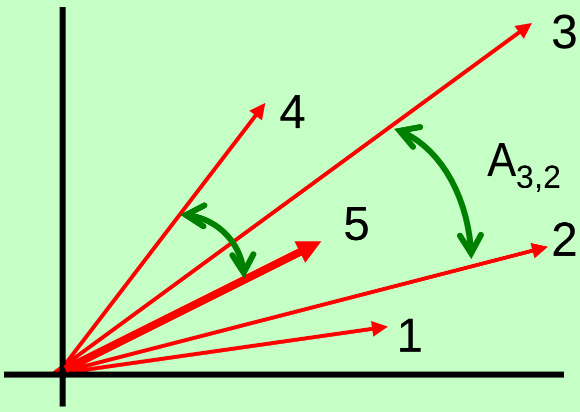
Εκτιμητής μέγιστης πιθανοφάνειας –

Maximum likelihood estimator

Vector Directional Filters - VDF

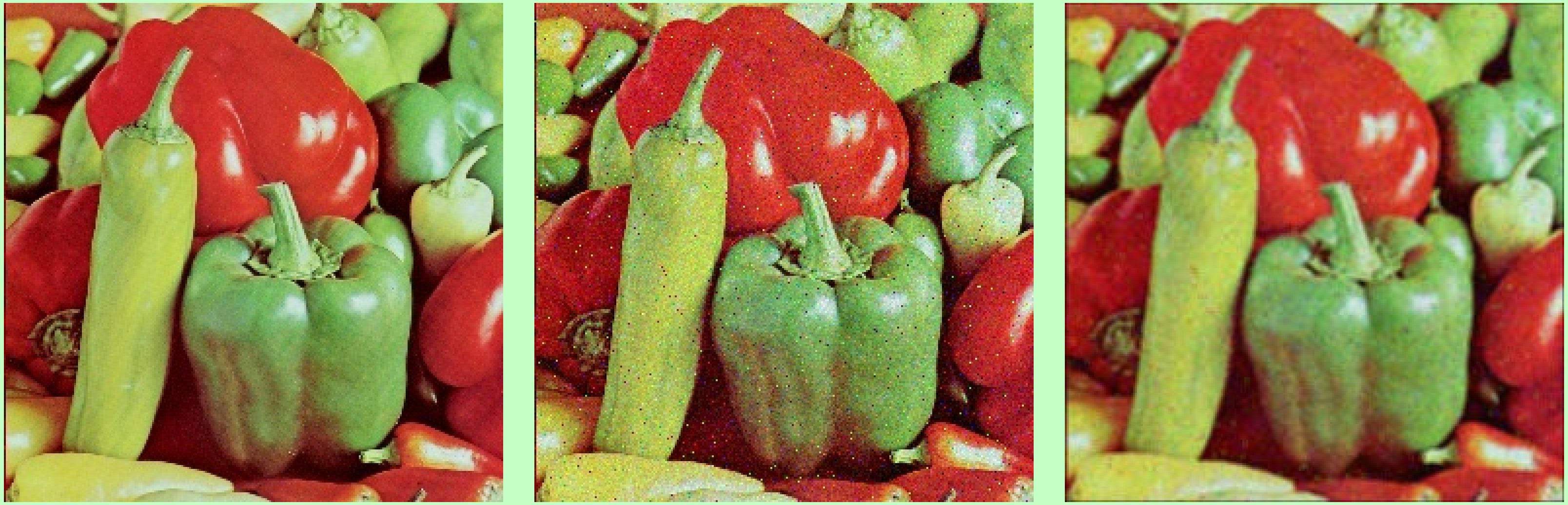
$$\alpha_i = \sum_{j=1}^{n} A(x_i, x_j)$$

$$\text{όπου} \quad A(x_i, x_j) = \cos^{-1}\left(\frac{x_i x_j^t}{|x_i||x_j|} \right)$$



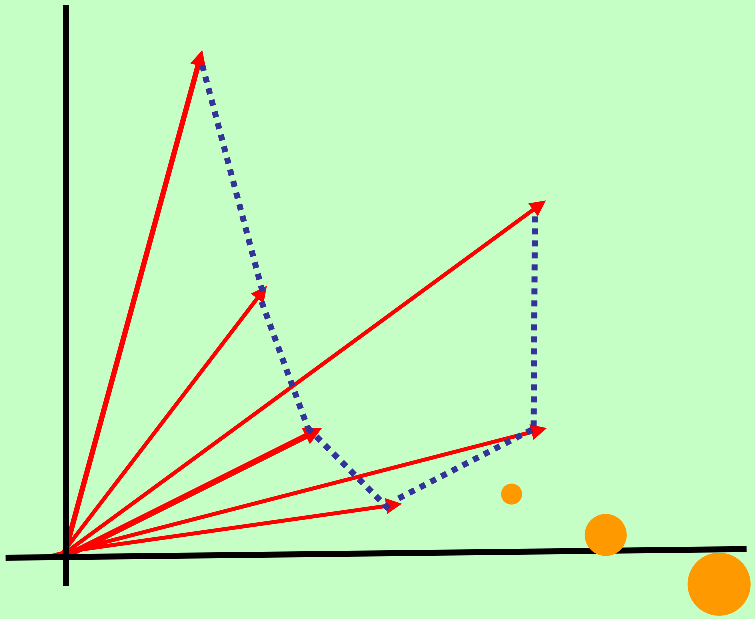
Ο VD διανυσματικός διάμεσος αντιστοιχεί στο μικρότερο a_i

Vector median filters
παράδειγμα



(a) Η εικόνα “Peppers”, 256x256, 24-bit per pixel, (b)Noisy Image, (c) Η έξοδος του VMF. Ο Θόρυβος στην αρχική εικόνα είναι gaussian$(0,15^2)$ και κρουστικός(1%) σε κάθε κανάλι.

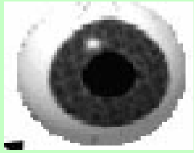
Minimal Spanning Tree



Ενας δρόμος ελαχίστου μήκους

«Ομομορφική» επεξεργασία

$i(n_1,n_2)$



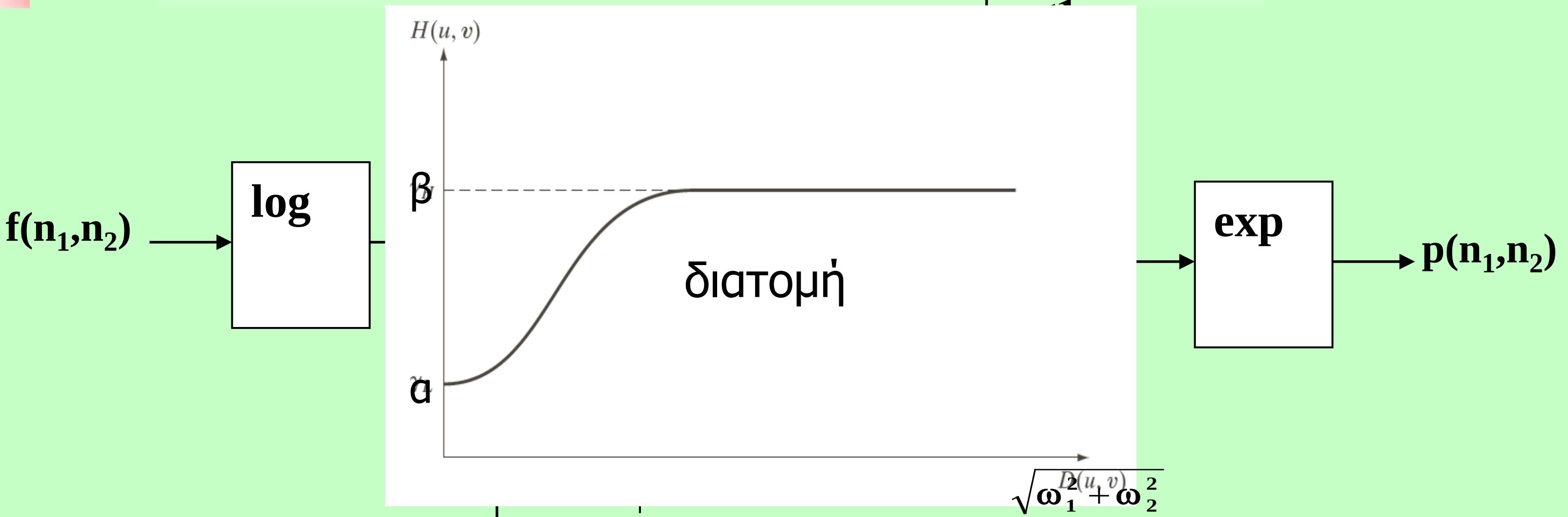
$f(n_1,n_2)=i(n_1,n_2)r(n_1,n_2)$

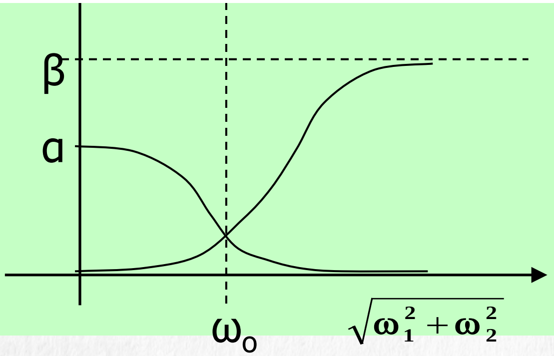
$r(n_1,n_2)$

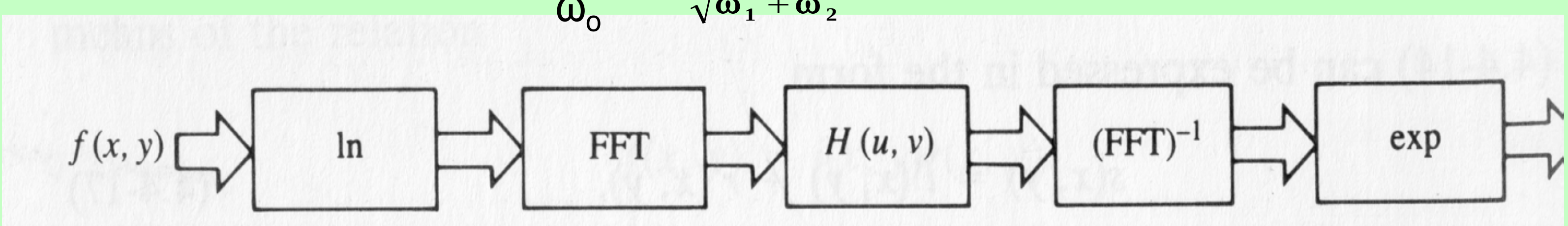
$f(n_1,n_2)=i(n_1,n_2)r(n_1,n_2) \rightarrow$

$\log f(n_1,n_2)=\log i(n_1,n_2)+\log r(n_1,n_2)$

Ομομορφική επεξεργασία



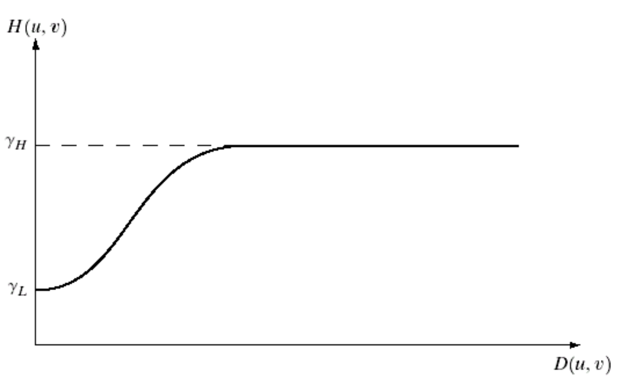


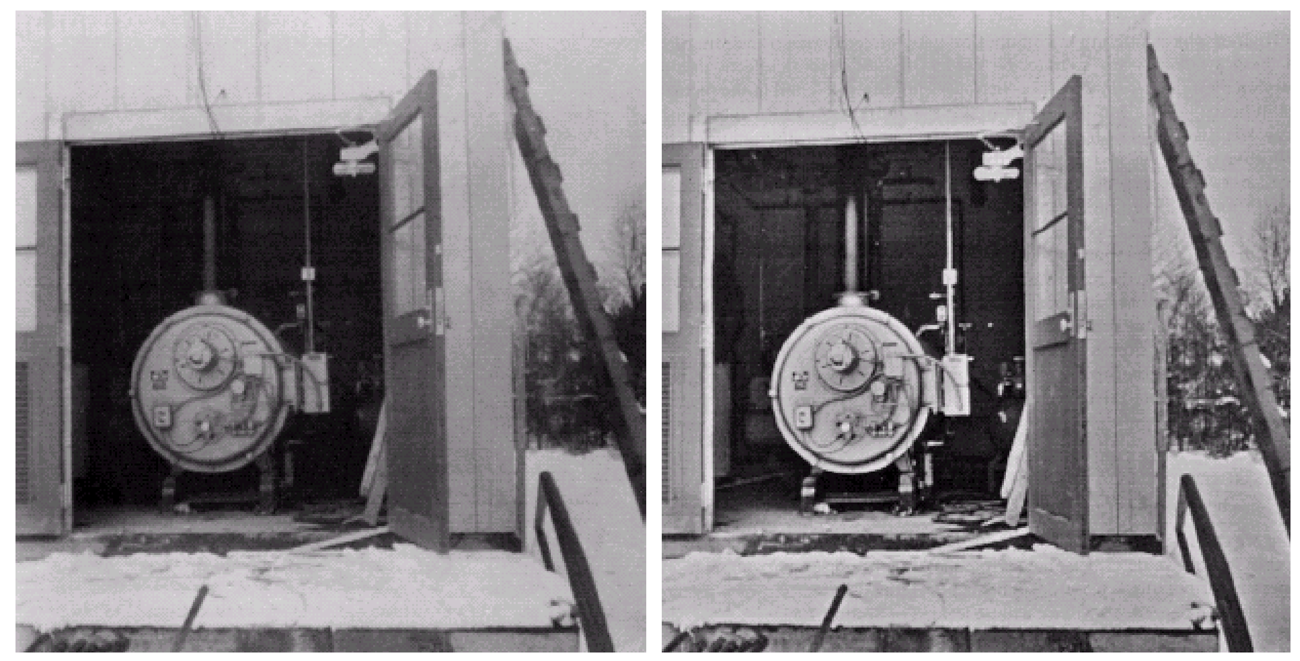


παράδειγμα

$$H(u,v) = (\gamma_H - \gamma_L)\left[1 - e^{-c(u^2+v^2)/D_0^2)}\right] + \gamma_L,$$

$$(\gamma_L = 0.5,\ \gamma_H = 2.0)$$





Αρχική και επεξεργασμένη εικόνα

Βασικές Κατηγορίες βαθυπερατών φίλτρων

Είδαμε μέχρι στιγμής τις εξής κατηγορίες

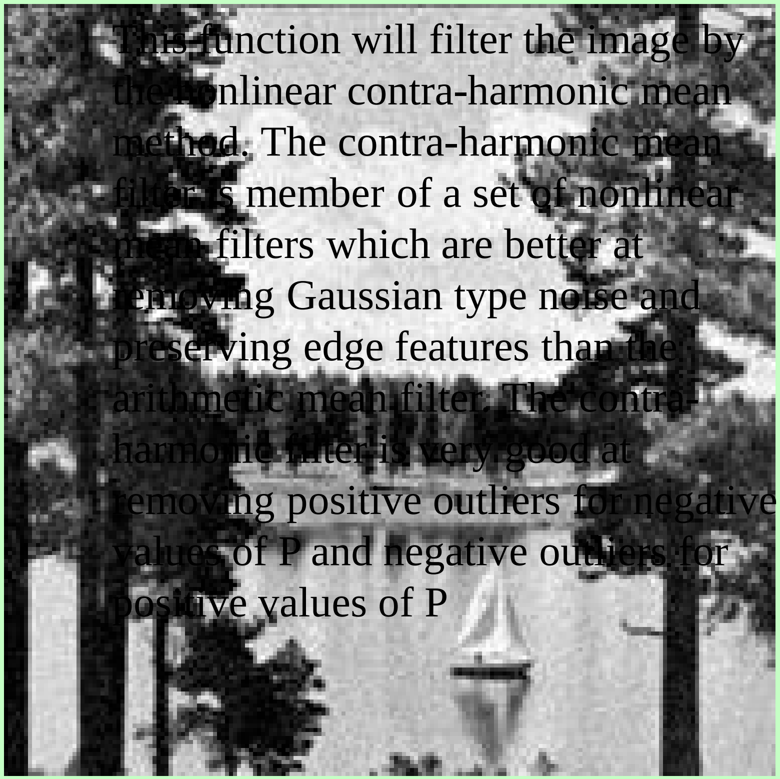
κλπ

- Φίλτρα διαμ ... ής (median filters)
- Μη γραμμικά φίλτρα (harmonic κλπ)

Contra-Harmonic Mean Filter

$$Contra-HarmonicMean(A) = \frac{\sum_{(i,j)\in M} A(x+i, y+j)^{P+1}}{\sum_{(i,j)\in M} A(x+i, y+j)^{P}}$$

This function will filter the image by the nonlinear contra-harmonic mean method. The contra-harmonic mean filter is member of a set of nonlinear mean filters which are better at removing Gaussian type noise and preserving edge features than the arithmetic mean filter. The contra-harmonic filter is very good at removing positive outliers for negative values of P and negative outliers for positive values of P

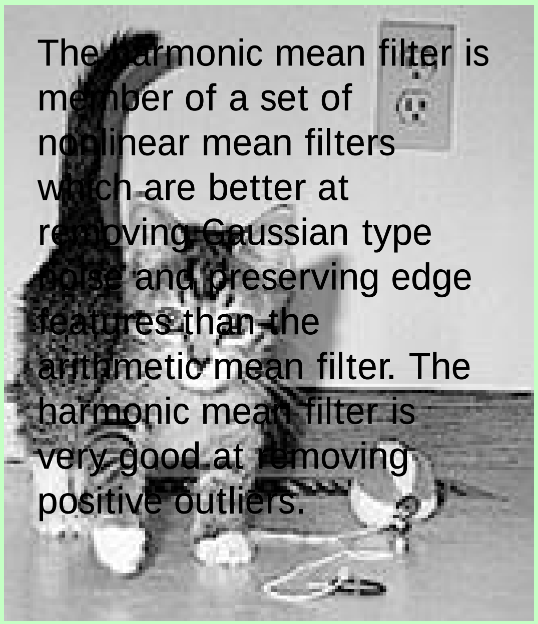


The original 256 x 256 pixel image corrupted by additive Gauss noise and the contra-harmonic mean filtered image using a 5 x 5 pixel square mask and P = -2.

Harmonic Mean Filter

$$H = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \cdots + \frac{1}{x_n}}$$

$$HarmonicMean(A) = \frac{N}{\sum_{(i,j)\in M} \frac{1}{A(x+i, y+j)}}$$



The harmonic mean filter is member of a set of nonlinear mean filters which are better at removing Gaussian type noise and preserving edge features than the arithmetic mean filter. The harmonic mean filter is very good at removing positive outliers.

The original 180 x 210 pixel image and the harmonic mean filtered image using a 2 x 2 pixel square mask.

Geometric mean filters

$$GeometricMean(A) = \prod_{(i,j)\in M} [A(x+i, y+j)]^{1/(N*N)}$$

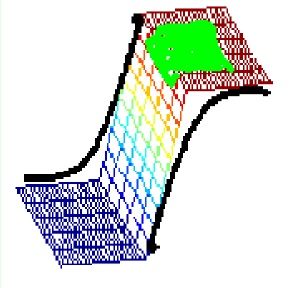
The original 256 x 256 pixel image corrupted by additive Gauss noise and the geometric mean filtered image using a 3 x 3 pixel square mask.

Wiener φίλτρα

Βασίζονται στον τοπικό (παράθυρο η) υπολογισμό της μέσης τιμής μ και διακύμανσης σ. Δίνεται και η διακύμανση ν του θορύβου

$$\mu = \frac{1}{NM} \sum_{n_1, n_2 \in \eta} \alpha(n_1, n_2)$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{NM} \sum_{n_1, n_2 \in \eta} [\alpha^2(n_1, n_2) - \mu^2]$$

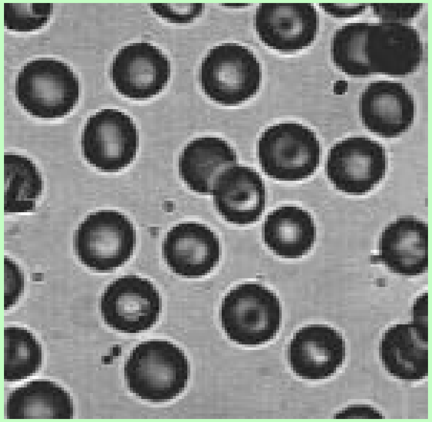


Η «έξοδος» του φίλτρου b δίνεται από την σχέση:

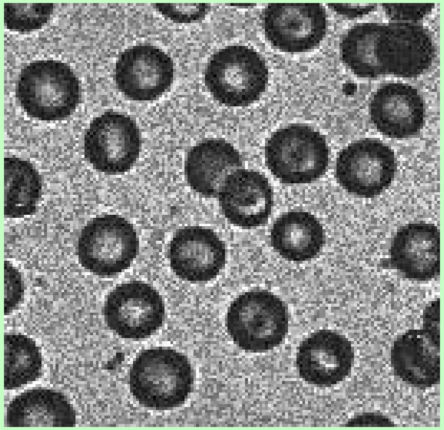
$$\mathbf{b}(\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2) = \boldsymbol{\mu} + \frac{\boldsymbol{\sigma}^2 - \boldsymbol{\nu}^2}{\boldsymbol{\sigma}^2} [\boldsymbol{\alpha}(\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2) - \boldsymbol{\mu}]$$

Σε περιοχές όπου σ>>ν προστίθεται στη μέση τιμή μ το τοπικό "contrast" α-μ

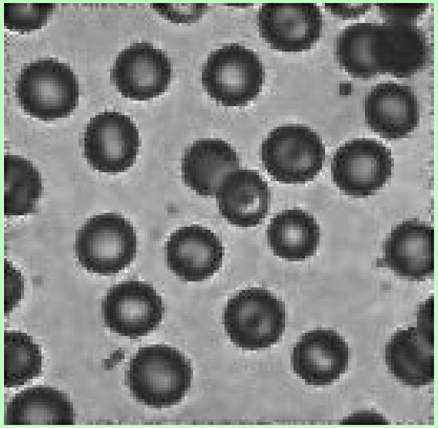
Wiener φίλτρα -παράδειγμα



Η αρχική εικόνα

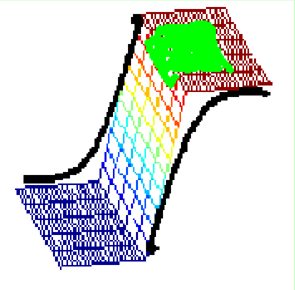


Η εικόνα με θόρυβο-'speckle'



Ηέξοδος του φίλτρου wiener για παράθυρο 7x7.

Φίλτρα ανισοτροπικής διάχυσης



Αναφέρονται σε γκρίζες (gray scale) εικόνες

Προσομοιάζουν την διάχυση της θερμότητας

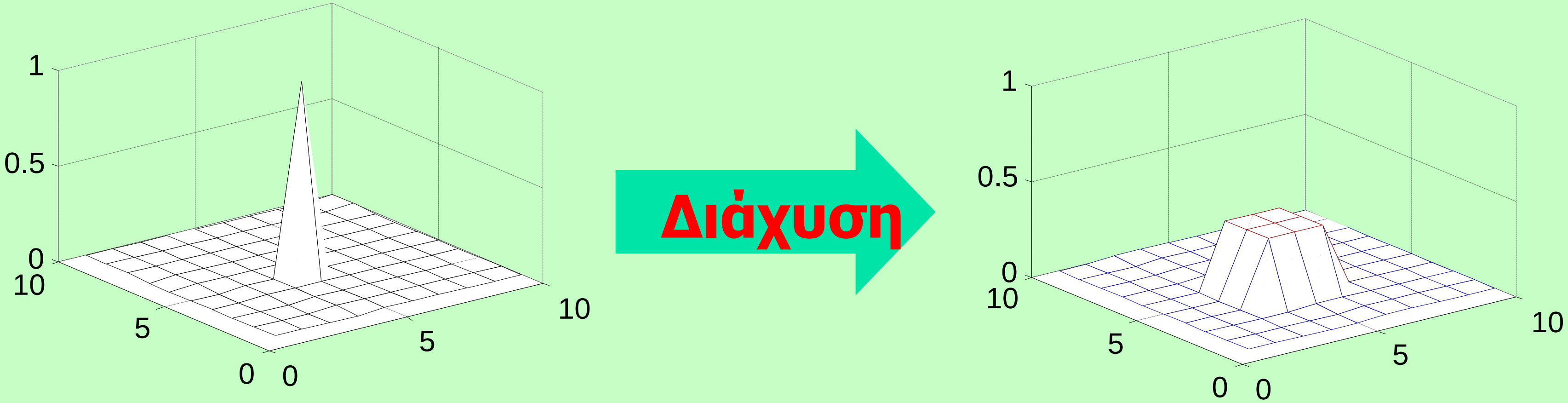
Σχετίζονται με τα Gaussian φίλτρα

αλλά,

Η θόλωση της εικόνας ΔΕΝ είναι σε όλες τις κατευθύνσεις ίδια (ανισοτροπική).

Προσαρμόζεται στα τοπικά χαρακτηριστικά της εικόνας (περιγράμματα αντικειμένων).

Τι είναι διάχυση



Ισοτροπική διάχυση

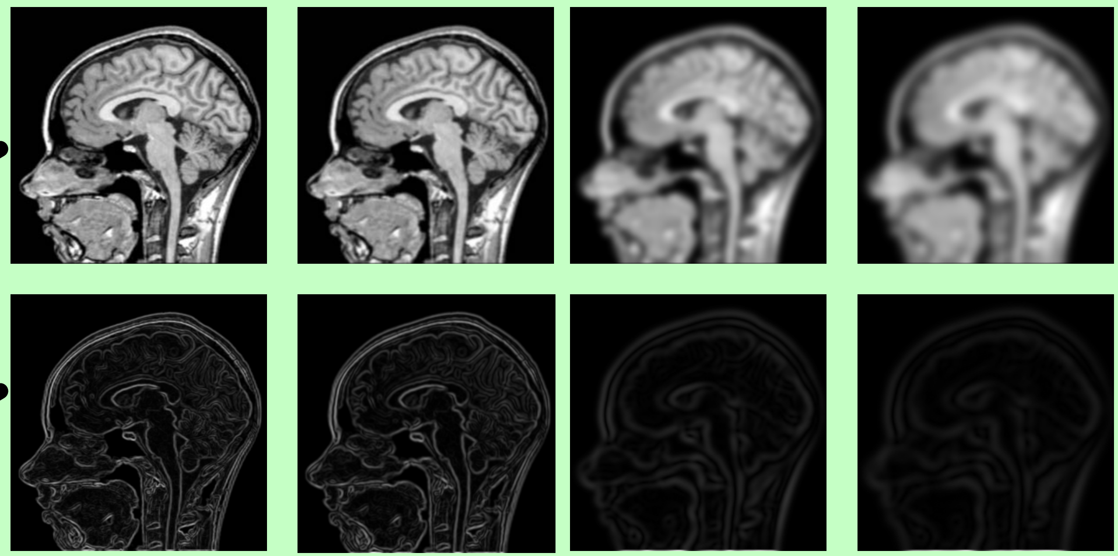
εξίσωση διάχυσης: $\frac{\partial \mathrm{I}}{\partial \mathrm{t}} = \mathrm{c}\nabla^2 \mathrm{I}$ όπου $\mathrm{I} = \mathrm{I}(\mathrm{x}, \mathrm{y}, \mathrm{t})$

Υλοποίηση: $I_{i,j}^{t+1} = I_{i,j}^{t} + \lambda \left[I_{i-1,j}^{t} + I_{i+1,j}^{t} + I_{i,j-1}^{t} + I_{i,j+1}^{t} - 4I_{i,j}^{t} \right]$

Παράδειγμα

Διαδοχικές εικόνες

Αντίστοιχες ακμές



λ=0.25

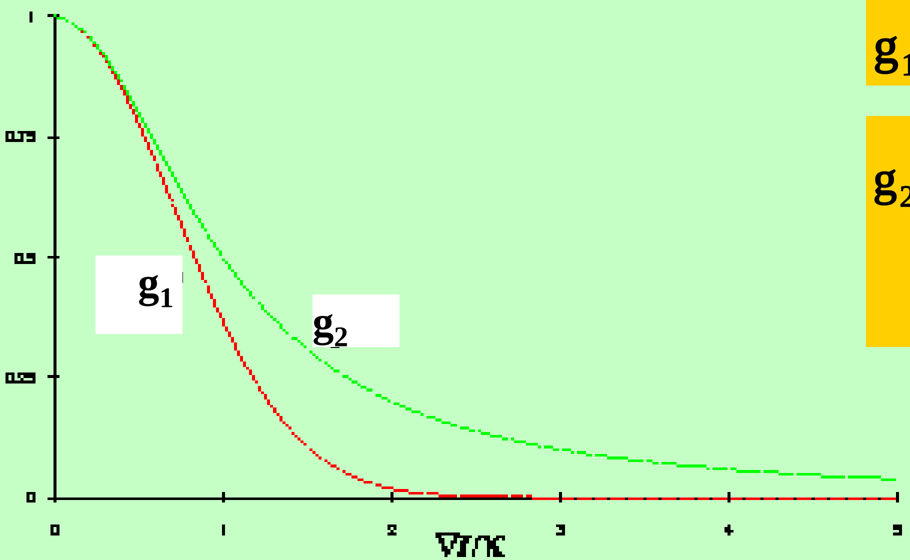
t = 2   t = 8   t = 128   t = 256

Ανισοτροπική διάχυση

Εξίσωση

$$\frac{\partial}{\partial t} I(x,y,t) = \nabla\big(c(x,y,t)\nabla I\big) = c(x,y,t)\nabla^2 I + \nabla c \nabla I$$

συνάρτηση διάχυσης $c(x,y,t) = g(|\nabla I(x,y,t)|)$

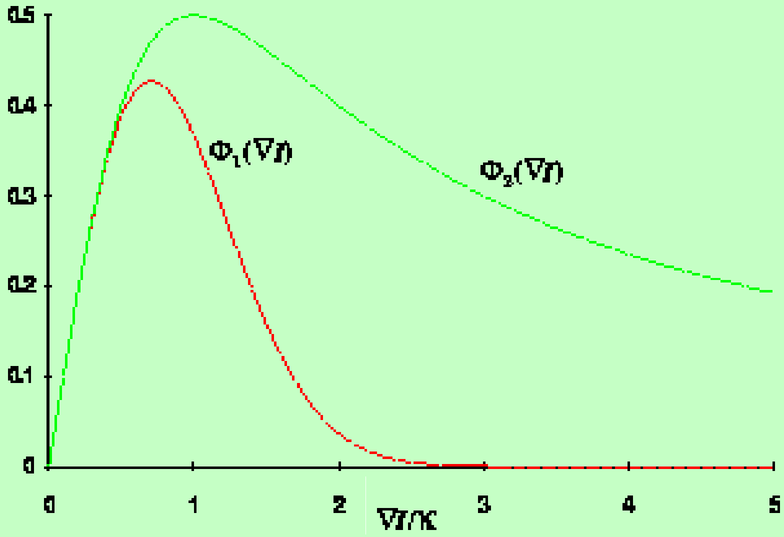


$$g_1(\nabla I) = e^{-\left(\frac{\|\nabla I\|}{K}\right)^2}$$

$$g_2(\nabla I) = \frac{1}{1+\left(\frac{\|\nabla I\|}{K}\right)^{1+\alpha}} \qquad \alpha > 0$$

συνάρτηση ροής

$$\Phi = c(x,y,t) = \begin{cases} e^{-\left(\frac{\|\nabla I\|}{K}\right)^2} \\ \text{ή} \\ \dfrac{1}{1+\left(\dfrac{\|\nabla I\|}{K}\right)^{1+\alpha}} \end{cases}$$



$$\frac{\partial}{\partial t} I(x,y,t) = \nabla\left(c(x,y,t)\nabla I\right)$$

Υλοποίηση: $$I_{i,j}^{t+1} = I_{i,j}^{t} + \lambda[c_N \cdot \Delta_N I + c_S \cdot \Delta_S I + c_E \cdot \Delta_E I + c_W \cdot \Delta_W I]_{i,j}^{t}$$

$0 \le \lambda \le 0.25$

3. Η σχέση είναι επαναληπτική. Το δεξιό μέρος περιγράφει την μεταβολή στην ένταση που παράγεται σε μία επανάληψη του φίλτρου

1. Στο διακριτό χώρο η βάθμωση μπορεί να προσεγγισθεί σαν διαφορά στην ένταση μεταξύ γειτονικών pixels

$$\Delta_N I_{i,j} \equiv I_{i-1,j} - I_{i,j} \quad \Delta_S I_{i,j} \equiv I_{i+1,j} - I_{i,j} \quad \Delta_E I_{i,j} \equiv I_{i,j+1} - I_{i,j} \quad \Delta_W I_{i,j} \equiv I_{i,j-1} - I_{i,j}$$

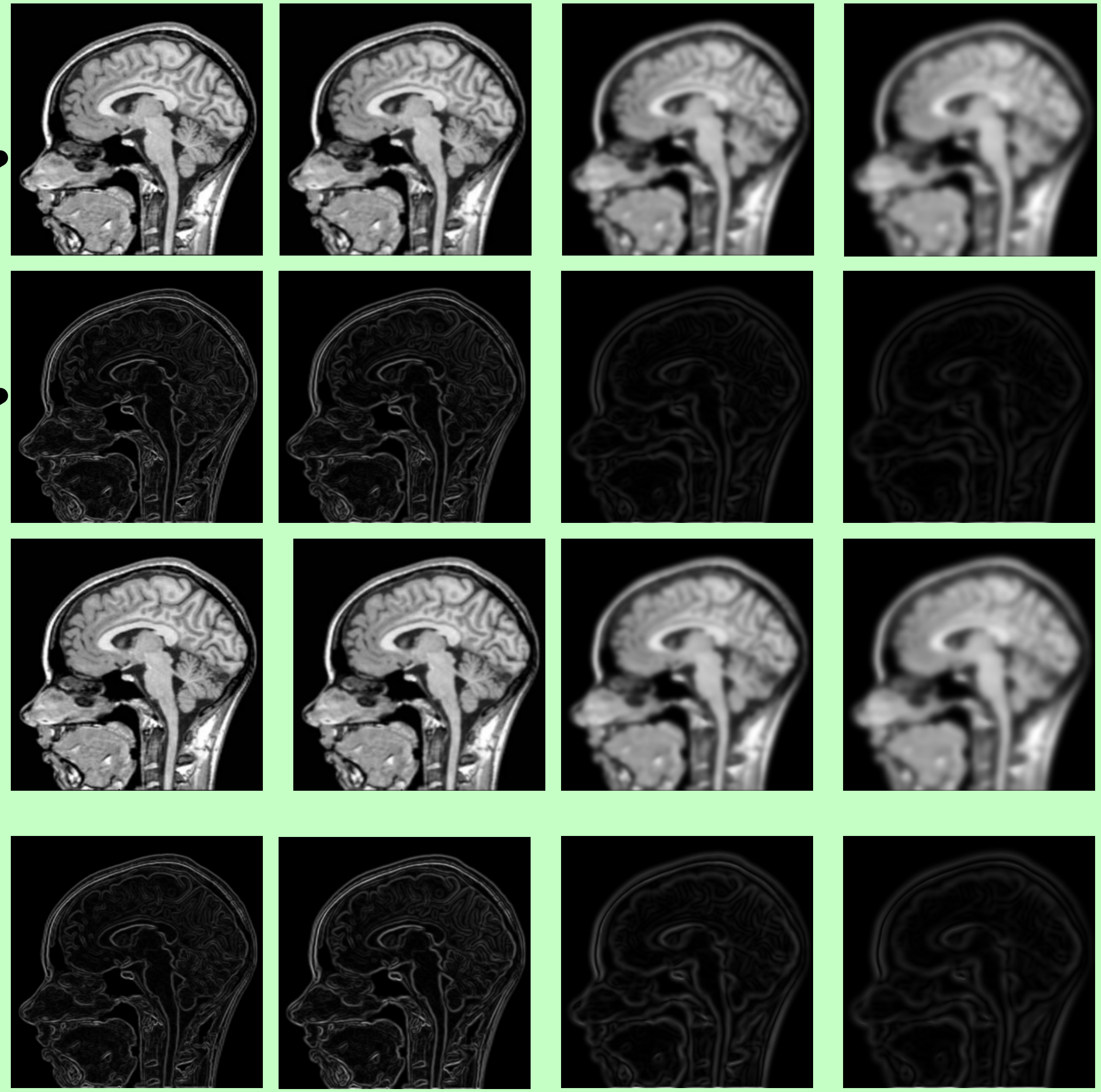
2. Η συνάρτηση ροής μπορεί να υπολογισθεί ανεξάρτητα για κάθε γειτονικό pixel.

$$c_{Ni,j}^{t} = g\left(\left\|(\nabla I)_{i+\frac{1}{2},j}^{t}\right\|\right) \quad c_{Si,j}^{t} = g\left(\left\|(\nabla I)_{i-\frac{1}{2},j}^{t}\right\|\right) \quad c_{Ei,j}^{t} = g\left(\left\|(\nabla I)_{i,j+\frac{1}{2}}^{t}\right\|\right) \quad c_{Wi,j}^{t} = g\left(\left\|(\nabla I)_{i,j-\frac{1}{2}}^{t}\right\|\right)$$

Παράδειγμα

Διαδοχικές εικόνες

Αντίστοιχες ακμές

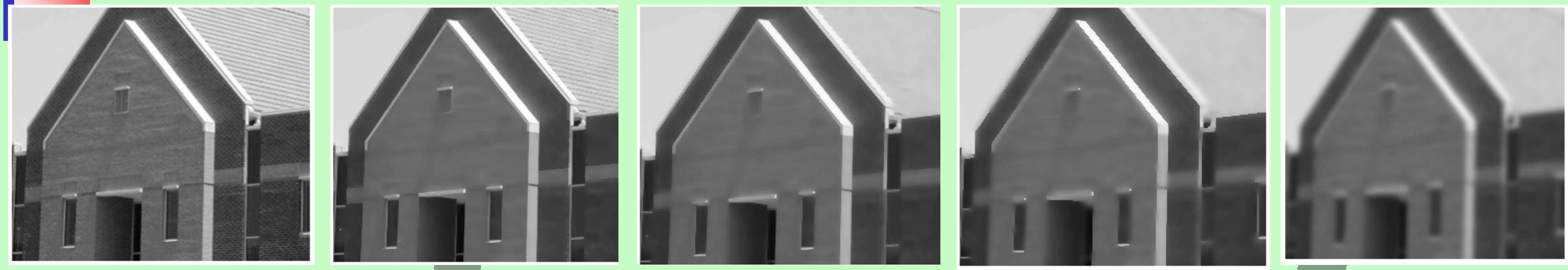


$$e^{-\left(\frac{\|\nabla I\|}{K}\right)^2}$$

$$\left(\frac{\|\nabla I\|}{K}\right)^2$$

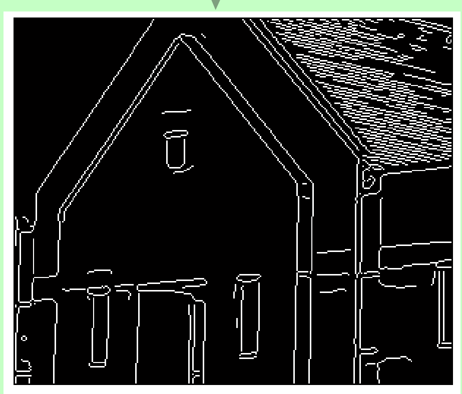
t = 2 t = 8 t = 128 t = 256

Παράδειγμα –επίδραση του Κ



(α) αρχική εικόνα (β)N=20 K=10 (γ) N=20 K=20 (δ) N=20 K=30 (ε) N=20 Gaussian

N=αριθμός επαναλήψεων



ασκήσεις

3.1 Να υλοποιηθεί συνέλιξη με διαδικασία Μετασχ. Fourier

3.2 Να υλοποιηθεί ο Διανυσματικός διάμεσος - εφαρμογή σε έγχρωμη εικόνα

3.3 Να υλοποιηθεί vector directional filter - εφαρμογή σε έγχρωμη εικόνα

3.4 Να υλοποιηθεί η ομομορφική επεξεργασία- εφαρμογή σε έγχρωμη εικόνα

3.5 Unsharp masking – υλοποίηση – εφαρμογή σε gray scale εικόνα

3.6 Φιλτράρισμα με Butterworth φίλτρα - εφαρμογή σε gray scale εικόνα

3.7 Anisotropic diffusion (Perona Malic) –υλοποίηση

http://www.cs.utah.edu/~manasi/coursework/cs7960/p2/project2.html