

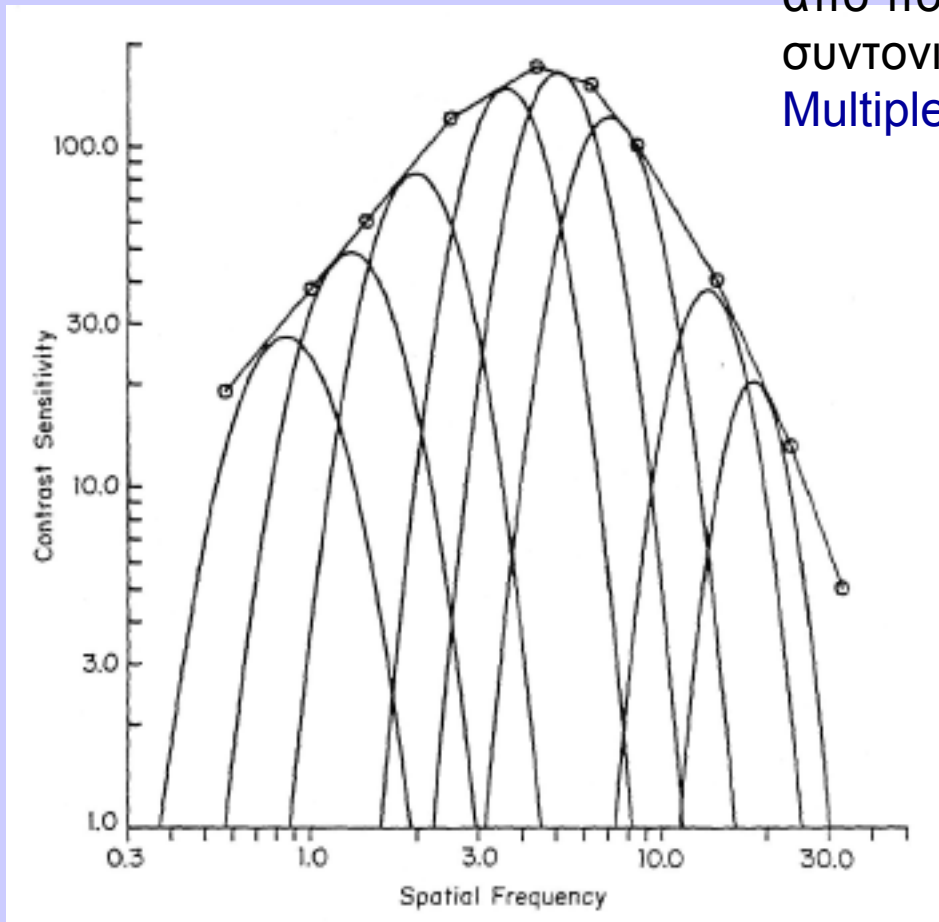
Ανάλυση Υφής με Τράπεζα Φίλτρων

- Η υφή αναπαριστάται από την απόκριση μιας σειράς φίλτρων που εφαρμόζονται στην εικόνα
- Μία κατηγορία φίλτρων που εφαρμόζονται συχνά είναι τα φίλτρα Gabor

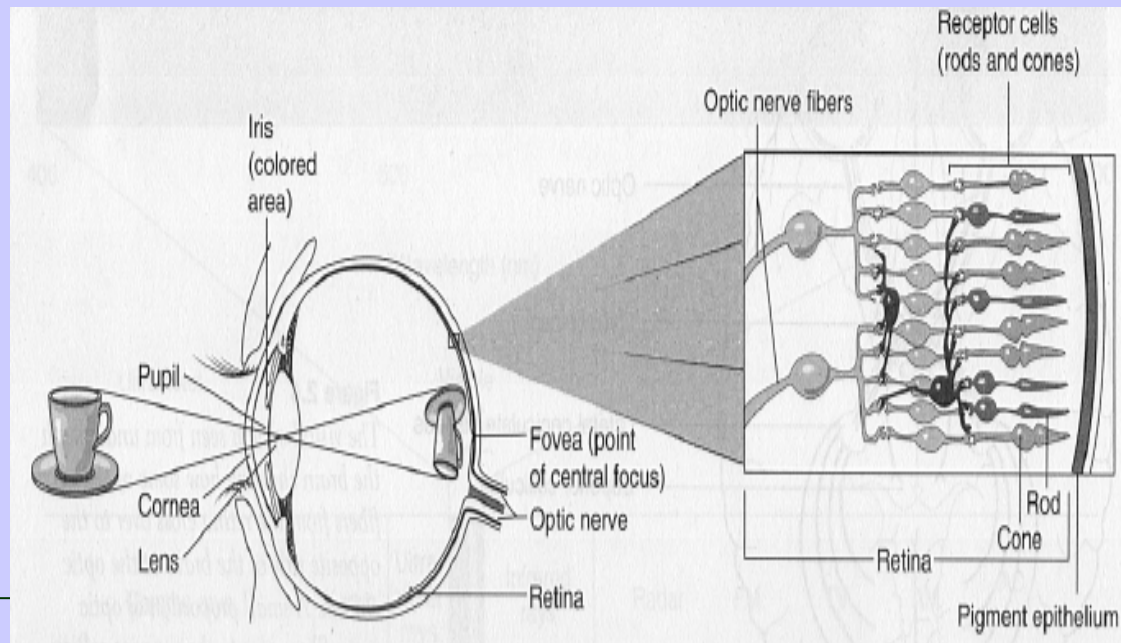
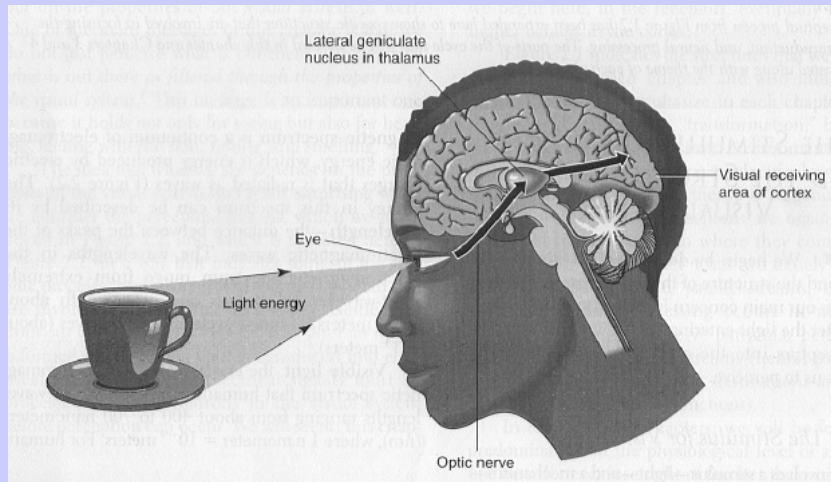
ΑΝΑΛΥΣΗ ΥΦΗΣ

Επεξεργασία εικόνας σε πολλές κλίμακες, Multi-scale image processing
Έχει την προέλευσή του στο γεγονός ότι...

Το ανθρώπινο σύστημα όρασης
human visual system (HVS) αποτελείται
από πολλαπλά ζωνοδιαβατά χωρικά φίλτρα
συντονισμένα σε διαφορετικές συχνότητες
Multiple Spatial Frequency Channels



(HVS) Human Visual System

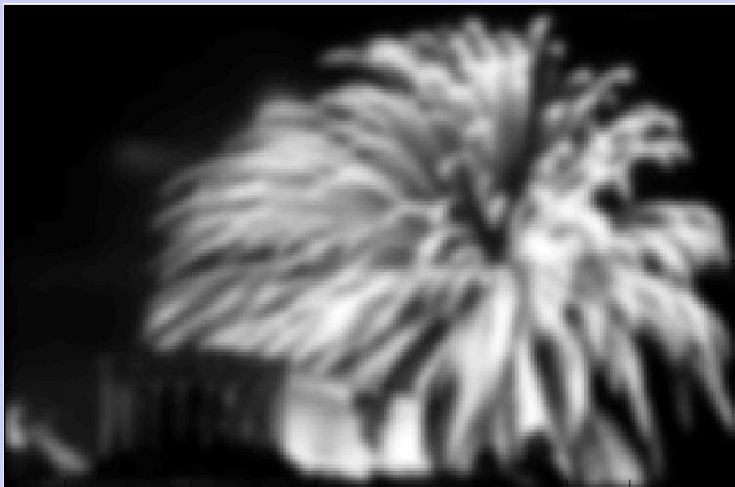


Συντονισμένα φίλτρα
ανά οκτάβα

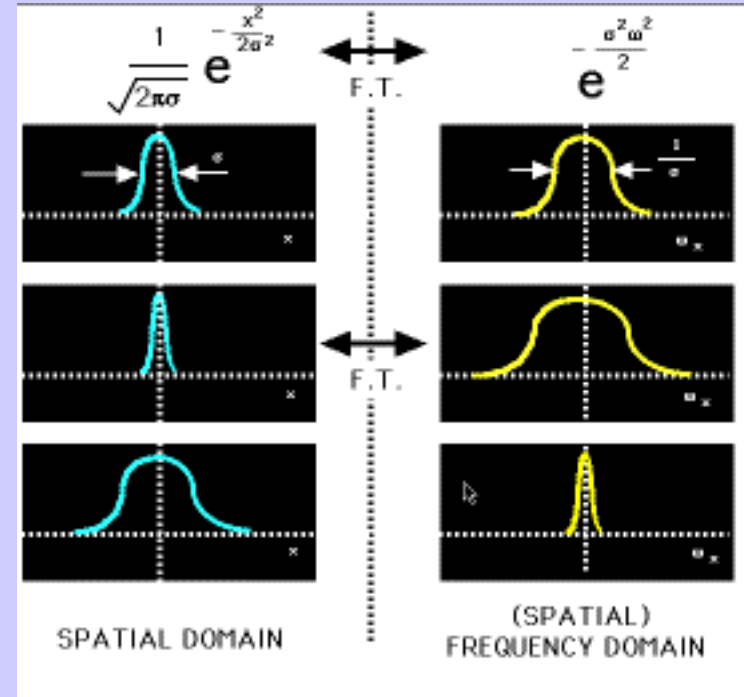
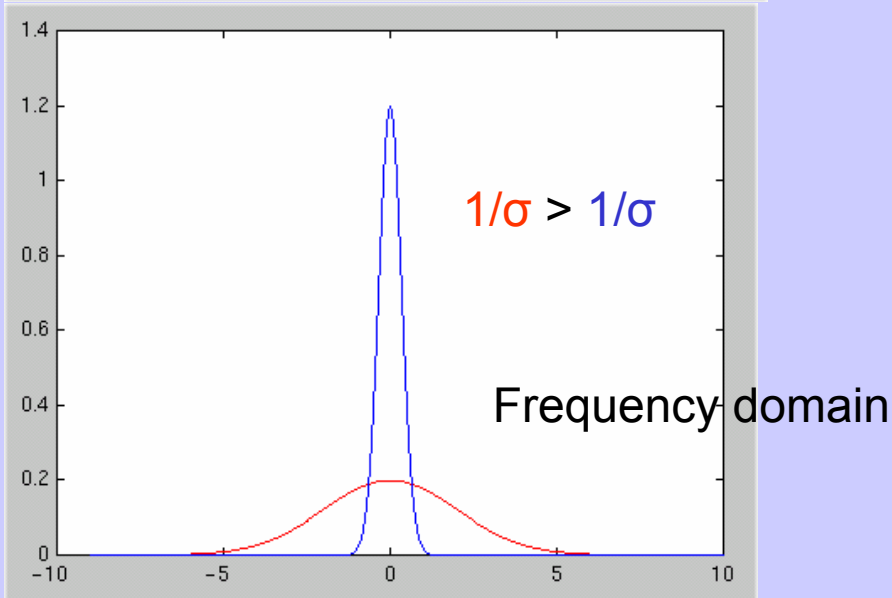
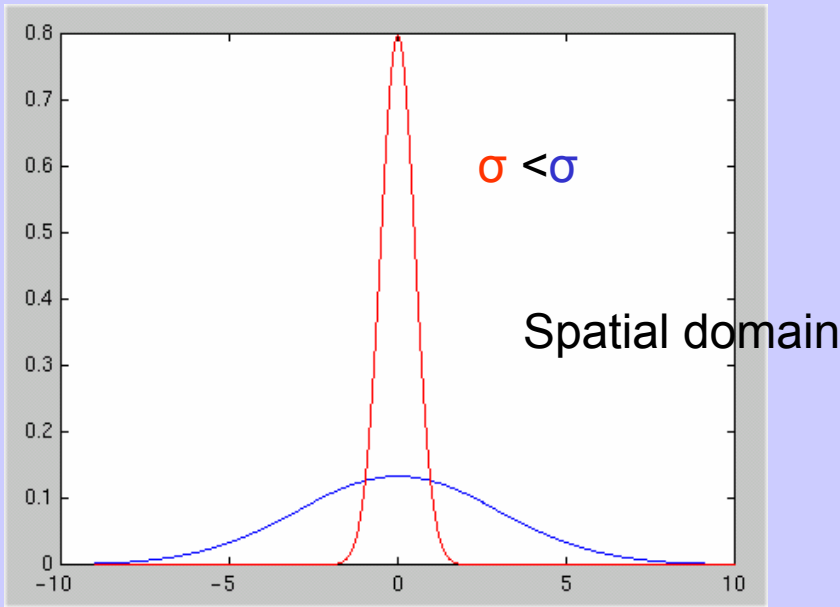
The HVS is extremely complex. Receptor cells on the back inner surface of the eyeball pass electrical impulses through various nervous pathways to the visual cortex.

In this part of the brain, various cells perform different types of processing on the incoming signals. Hubel and Wiesel [2] deduced that simple cells are sensitive to specific orientations with approximate bandwidths of 30°.

Campbell and Kulikowski [3] carried this concept further and demonstrated that humans have spatial frequency sensitivity as well as orientational sensitivity. This led to a model that the HVS is made up of a number of independent detector mechanisms each preceded by a relatively narrow band “filter & tuned” to a different frequency. Each “filter and detector would constitute a separate & channel” [4], p. 564a. Experiments indicate that the frequency bandwidth of simple cells in the visual cortex is about one octave [5]. This HVS multi-channel “filtering model agrees with a popular generic approach to signal decomposition, namely, wavelet analysis.

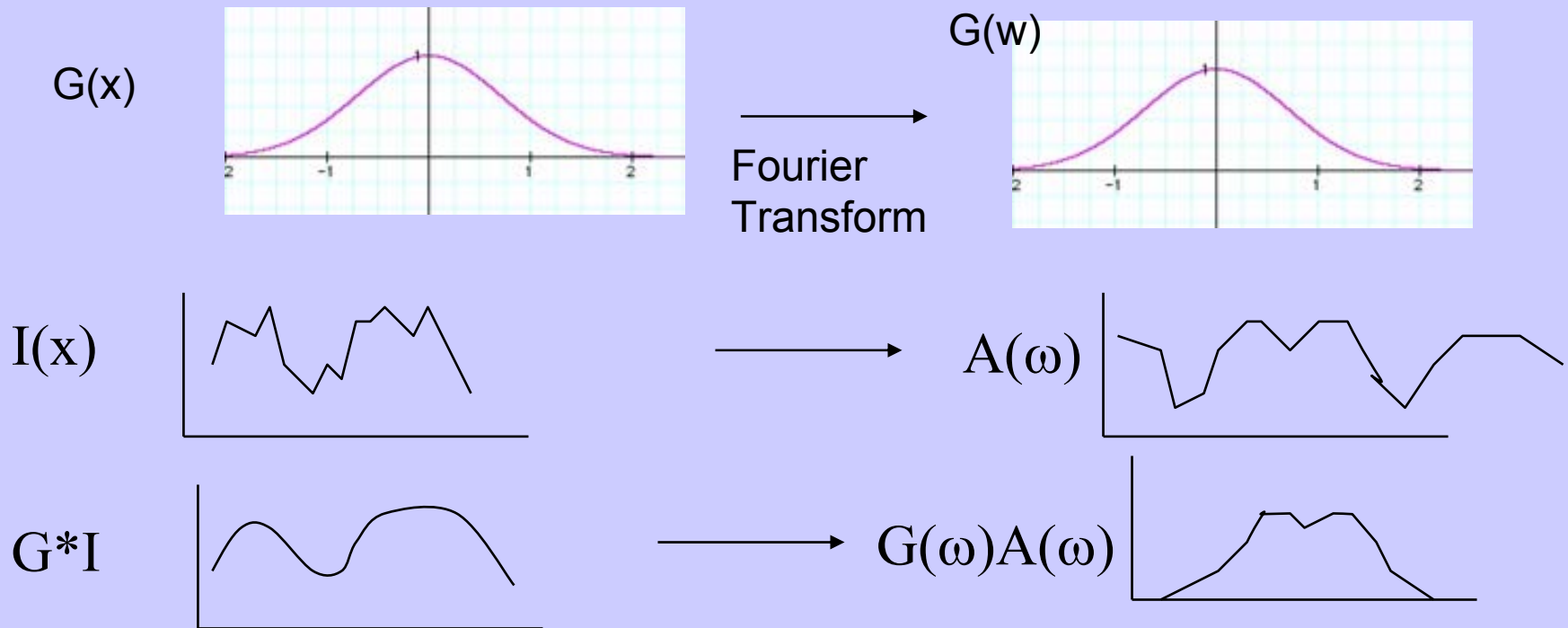


The frequency spectrum of a Gaussian function is also a Gaussian:



Gaussian smoothing as a band-pass filter

When we smooth a function by convolving with a Gaussian function, in the frequency domain we multiply the frequency spectra

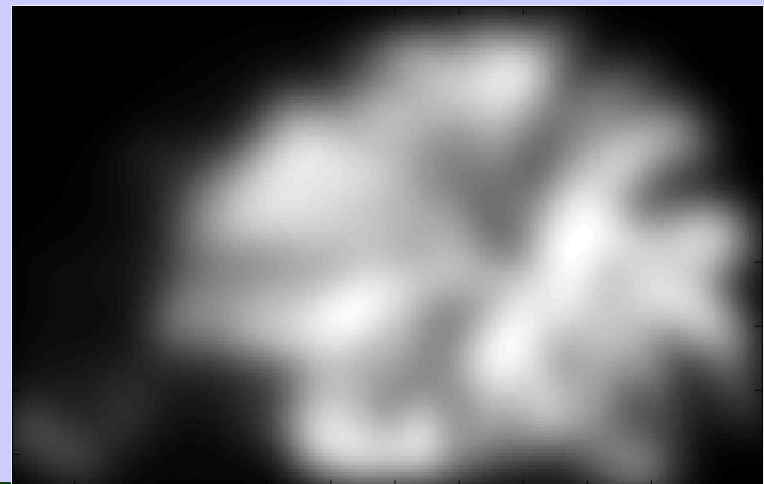


Gaussian smoothing has the effect of cutting off the high frequency components of the frequency spectrum, $F(a)$.

Because only a limited range of frequencies remains, this is called **band-pass** filtering.

High pass filters eliminate low frequencies and leave high frequencies.

Low pass filters eliminate high frequencies and leave the low frequencies.



Filtering with the Laplacian of a Gaussian at different spatial scales is equivalent to band-pass filtering at different spatial frequencies.

Wide Gaussian functions smooth a lot, for analysis on large spatial scales. These result in a narrow band-pass filter for low spatial frequencies.

Narrow Gaussian functions smooth a little, for analysis at fine spatial scales. These result in a wide band-pass filter which includes high spatial frequencies.

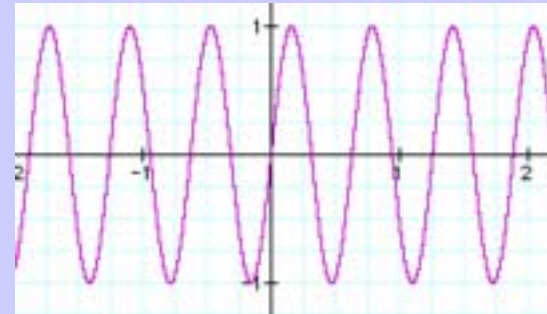
Smoothing followed by differentiation leads to filters of different sizes with a center-surround spatial structure, like the receptive fields of Retinal Ganglion Cells

DeValois (and others) proposed that V1 cells are tuned to spatial frequency.

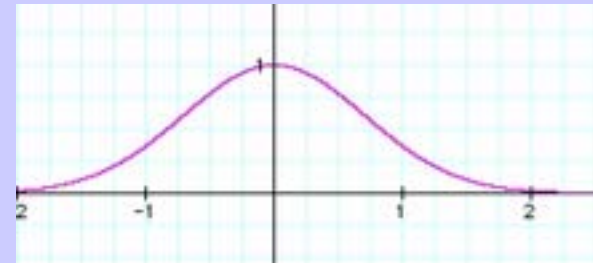
V1 simple cells can be modeled as **Gabor filters**.

A Gabor filter is the product of a sinewave and a gaussian.

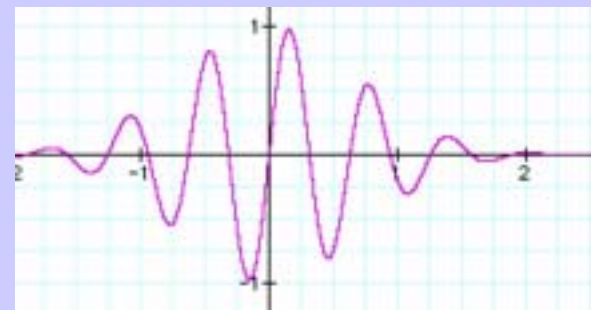
$$\sin(10x)$$



$$G(x)$$



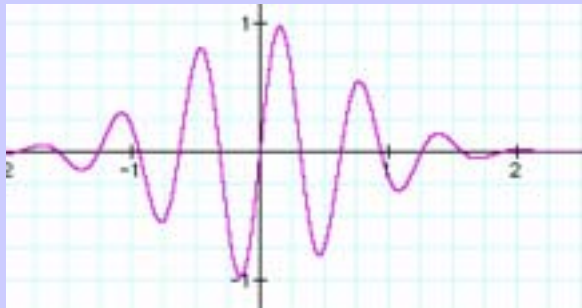
$$\sin(10x)G(x)$$



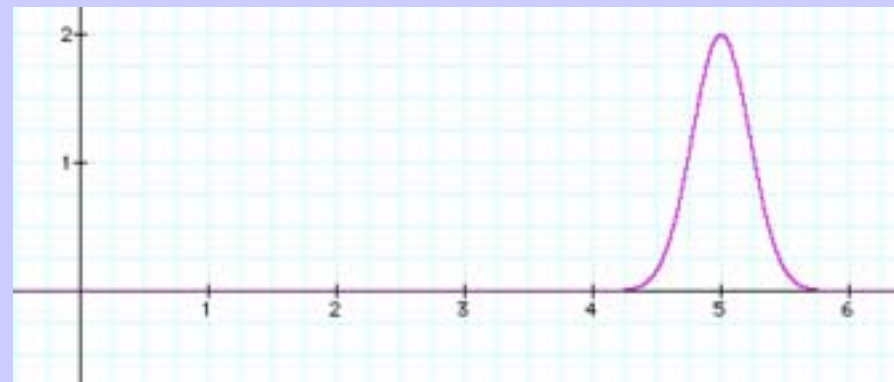
Fourier Transform of a Gabor Filter

The Fourier Transform of a Gabor filter is a localized set of spatial frequencies.

Gabor filters are band-pass filters. They are tuned to spatial frequency.



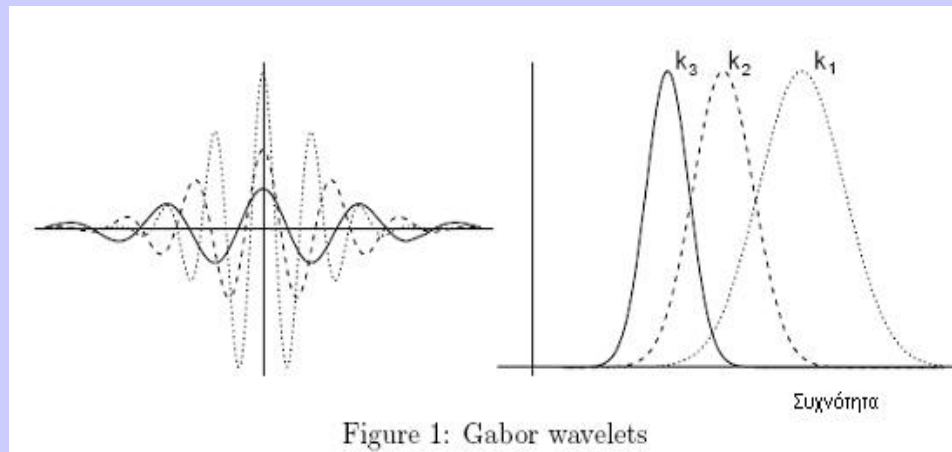
Fourier
Transform



Μία μονοδιάστατη συνάρτηση Gabor είναι ένα μιγαδικό συνημιτονικό σήμα (sine & cosine) διαμορφωμένο από μία Gaussian περιβάλλουσα

$$g(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) \exp\left(i2\pi\frac{x}{\lambda}\right)$$

σ , η τυπική απόκλιση της Gaussian - καθορίζει το χωρικό εύρος.
 λ , μήκος κύματος του μιγαδικού συνημιτοειδούς
 $2\pi/\lambda$, καθορίζει την επιλεγόμενη χωρική συχνότητα



Η μιγαδική 2-D συνάρτηση Gabor και ο Fourier μετασχηματισμός της γράφονται αντίστοιχα

$$g(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x^2}{\sigma_x^2} + \frac{y^2}{\sigma_y^2}\right) + 2\pi jWx\right\}$$

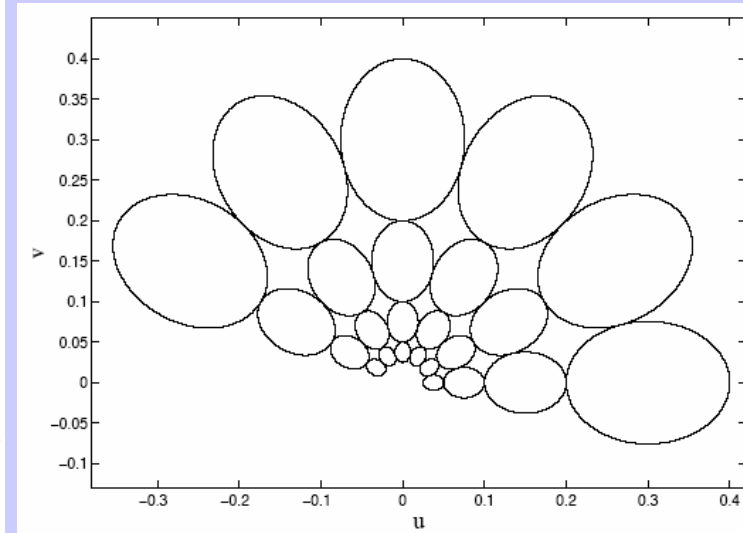
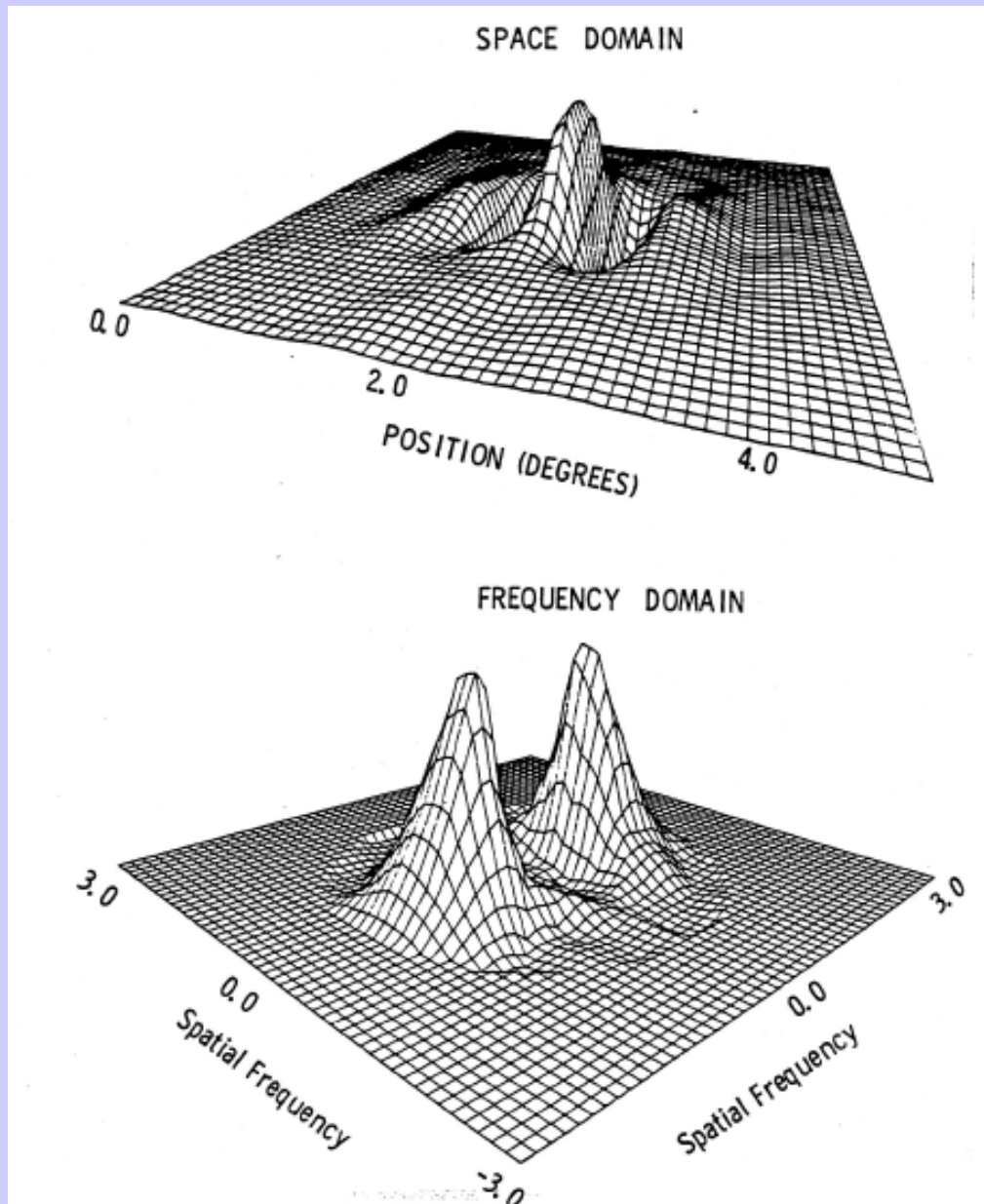
$$G(u, v) = \exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\frac{(u-W)^2}{\sigma_u^2} + \frac{v^2}{\sigma_v^2}\right]\right\}$$

W η συχνότητα του συνημιτονικού επίπεδου κύματος κατά το μήκος του x – άξονα,

σ_x και σ_y είναι το χωρικό εύρος της Gaussian περιβάλλουσας στους άξονες x, y , ενώ

$$\sigma_u = 1/2\pi\sigma_x \quad \sigma_v = 1/2\pi\sigma_y$$

2D Gabor filter



Θεωρώντας ως μητρικό wavelet το $g(x,y)$ τότε το σύνολο των φίλτρων προκύπτει από κατάλληλες αλλαγές κλίμακας και περιστροφές του μέσο της γεννήτριας συνάρτησης

$$g_{mn}(x, y) = \alpha^{-m} G(x', y'), \quad \alpha > 1, \quad m, n = \text{ακέραιοι}$$

όπου τα m, n προσδιορίζουν την κλίμακα (scale) και τον προσανατολισμό (κατευθυντικότητα) του κυματιδίου

$$x' = \alpha^{-m} (x \cos \theta + y \sin \theta), \quad y' = \alpha^{-m} (-x \sin \theta + y \cos \theta)$$

$$\theta = n\pi/K$$

θ είναι η γωνία περιστροφής και K είναι ο συνολικός αριθμός των προσανατολισμών

Φίλτρα με οποιοδήποτε προσανατολισμό μπορούν να προκύψουν με την περιστροφή του συστήματος των x - y συντεταγμένων

Φιλτράρισμα ενός σήματος με αυτή τη συνάρτηση μας επιτρέπει τον “τοπικό” προσδιορισμό της συχνότητας

Η σχεδίαση των φίλτρων (filter bank) γίνεται ώστε να καλύπτει όλη την διαθέσιμη περιοχή συχνοτήτων. Οι συναρτήσεις Gabor σχηματίζουν ένα πλήρες αλλά μη ορθογώνιο σύνολο συναρτήσεων βάσης.

- Οι συναρτήσεις Gabor παρουσιάζουν ενδιαφέρον στο πεδίο των συχνοτήτων

Έστω ότι U_l και U_h η χαμηλότερη και η υψηλότερη αντίστοιχα κεντρική συχνότητα που ενδιαφέρει. Έστω K ο αριθμός των κατευθύνσεων των φίλτρων και S ο αριθμός των διαφορετικών κλιμάκων. Η σχεδίαση των φίλτρων Gabor γίνεται έτσι ώστε οι αποκρίσεις ημίσεως εύρους των φίλτρων να εφάπτονται.

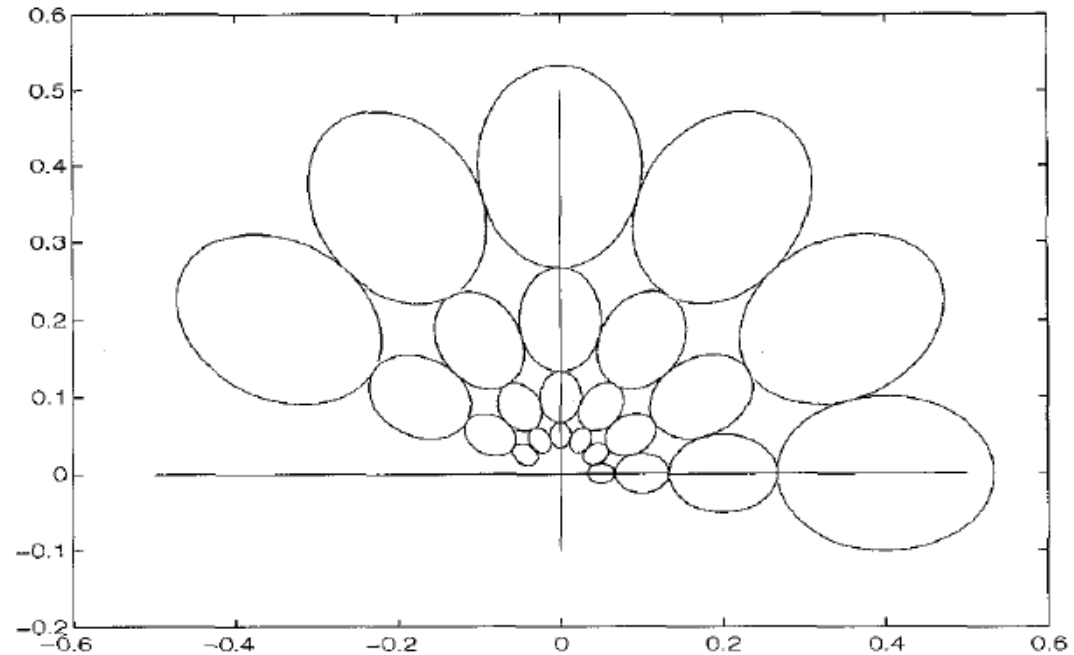
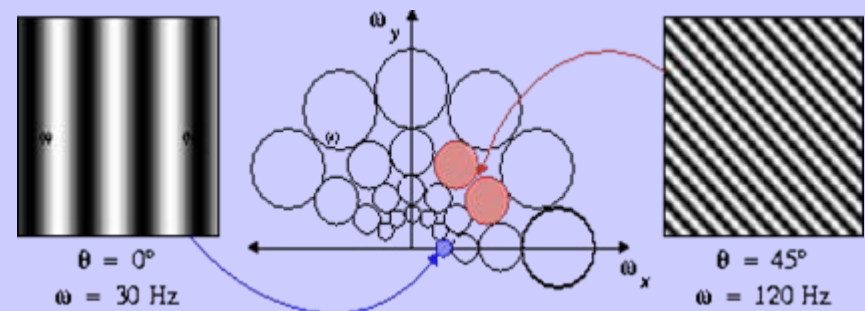
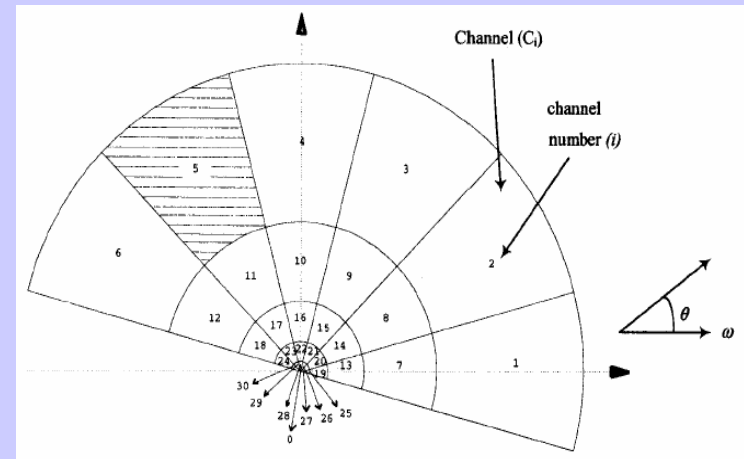


Fig. 1. The contours indicate the half-peak magnitude of the filter responses in the Gabor filter dictionary. The filter parameters used are $U_h = 0.4$, $U_l = 0.05$, $K = 6$, and $S = 4$.

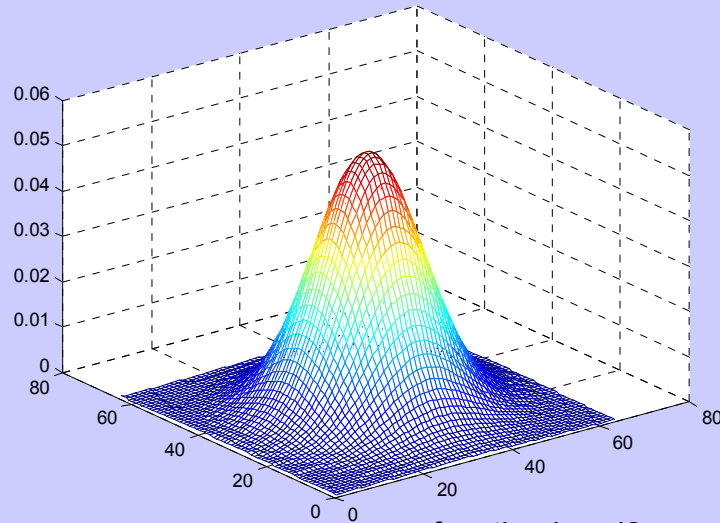
2D-Gabor Function

- It is a Gaussian weighted sinusoid
- It is used to model individual channels
- Each channel filters a specific type of texture



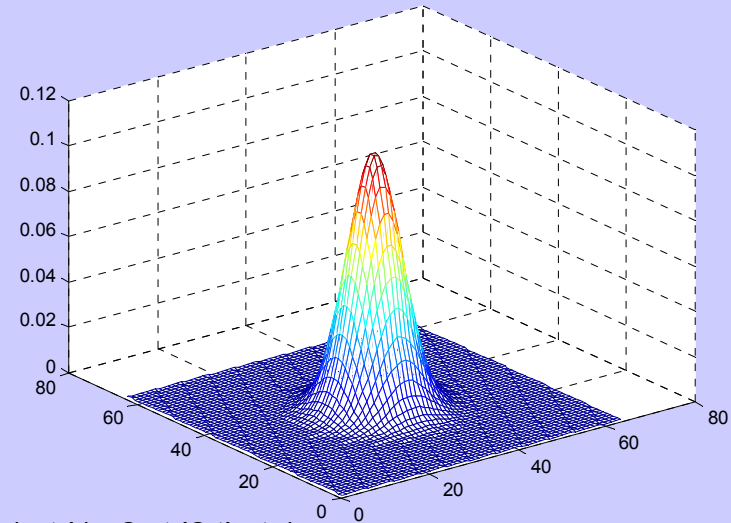
Gaussian δύο διαστάσεων

n1,n2=64
Std1,std2=10



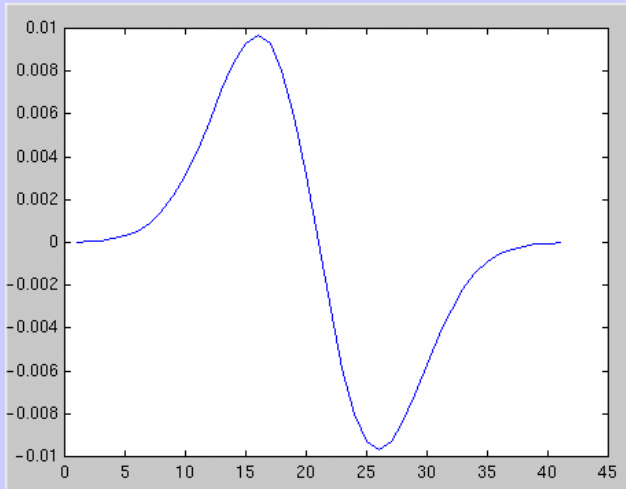
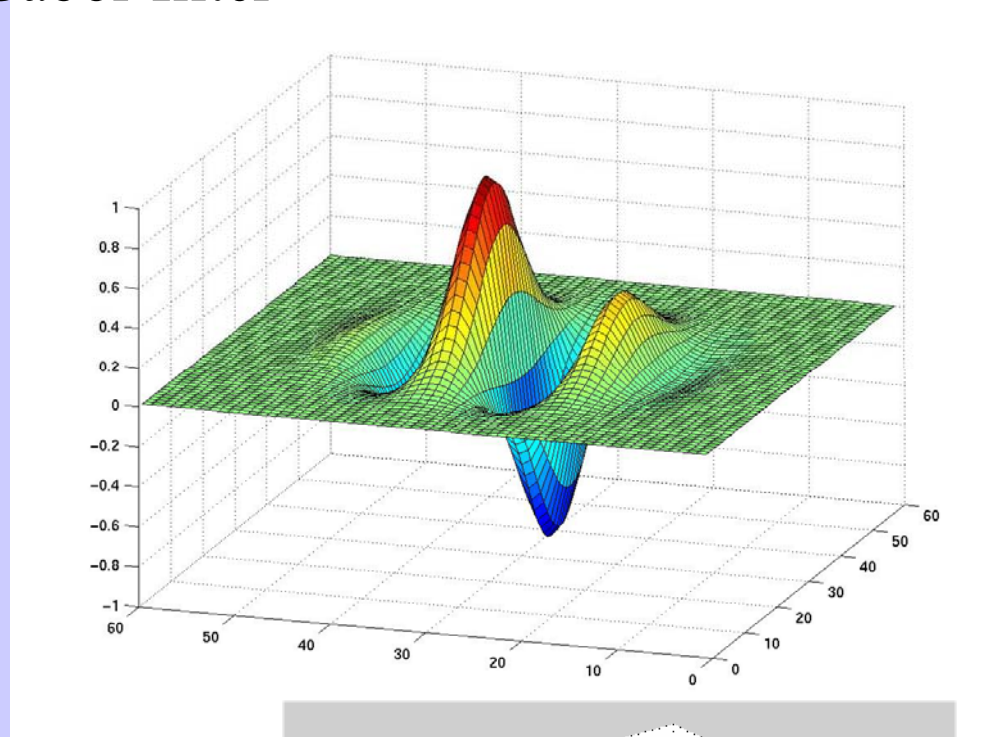
Διαφορετικής διασποράς

n1,n2=64
std1,std2=5

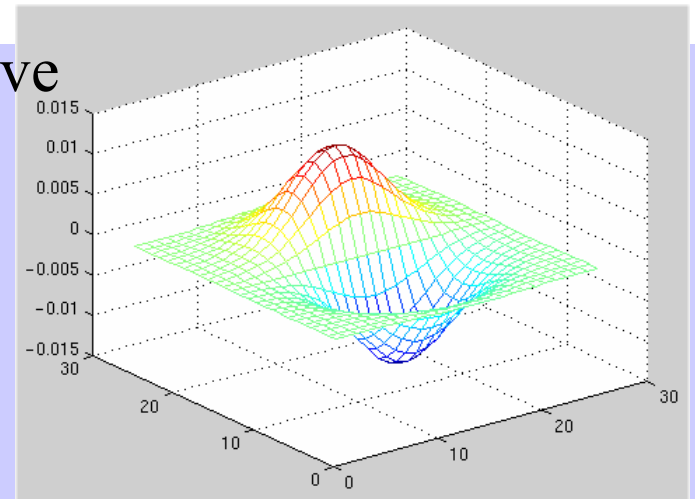


```
function h = d2gauss(n1,std1,n2,std2,theta)
r=[cos(theta) -sin(theta);
  sin(theta) cos(theta)];
for i = 1 : n2
  for j = 1 : n1
    u = r * [j-(n1+1)/2 i-(n2+1)/2]';
    h(i,j) = gauss(u(1),std1)*gauss(u(2),std2);
  end
end
h = h / sqrt(sum(sum(h.*h)));
% Function "gauss.m":
function y = gauss(x,std)
y = exp(-x^2/(2*std^2)) / (std*sqrt(2*pi));
```

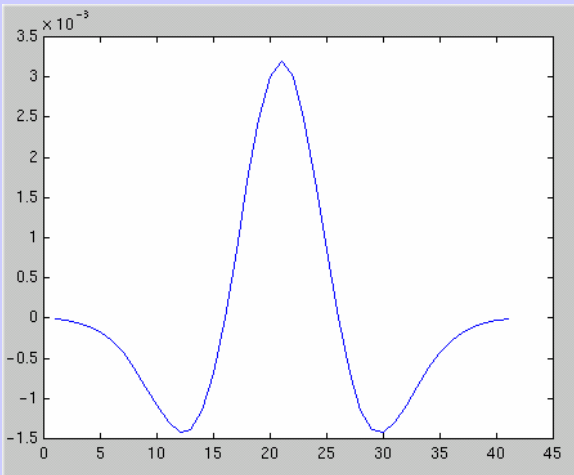
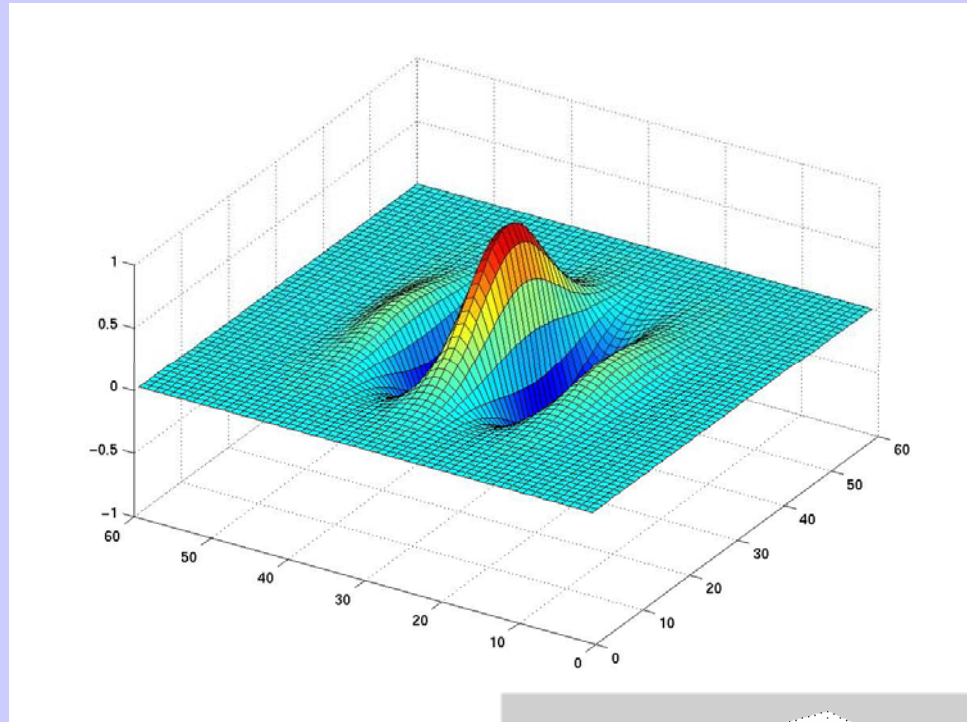
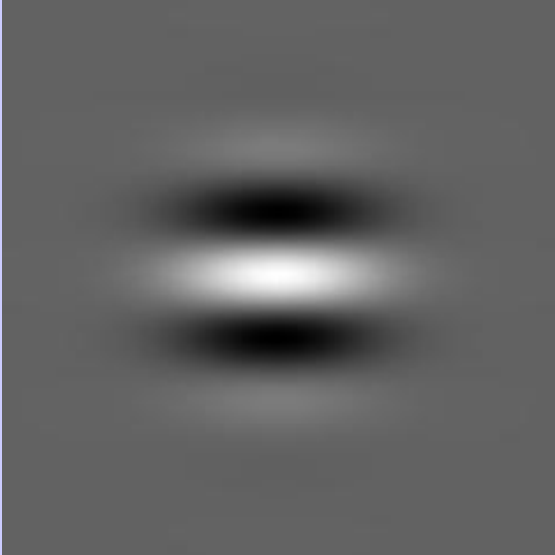
Odd Gabor filter



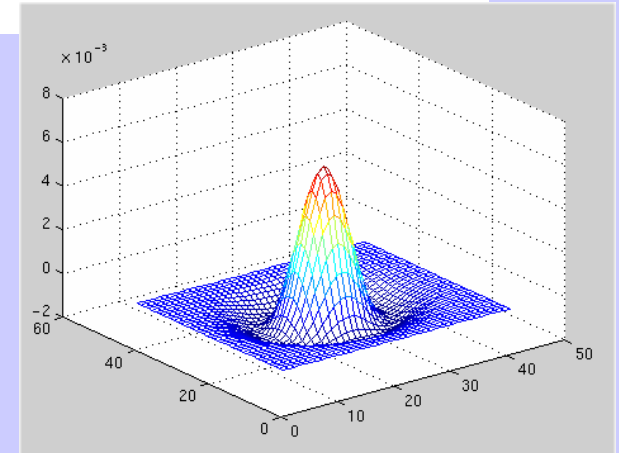
First Derivative



Even Gabor filter



Laplacian



Πλεονεκτήματα φίλτρων Gabor

- Απλότητα,
- Ο βέλτιστος κοινός χωρικός/συχνοτικός εντοπισμός και
- Η ικανότητα να εξομοιώνει την συμπεριφορά απλών κυττάρων του visual Cortex απομονώνοντας συχνότητες και προσανατολισμούς

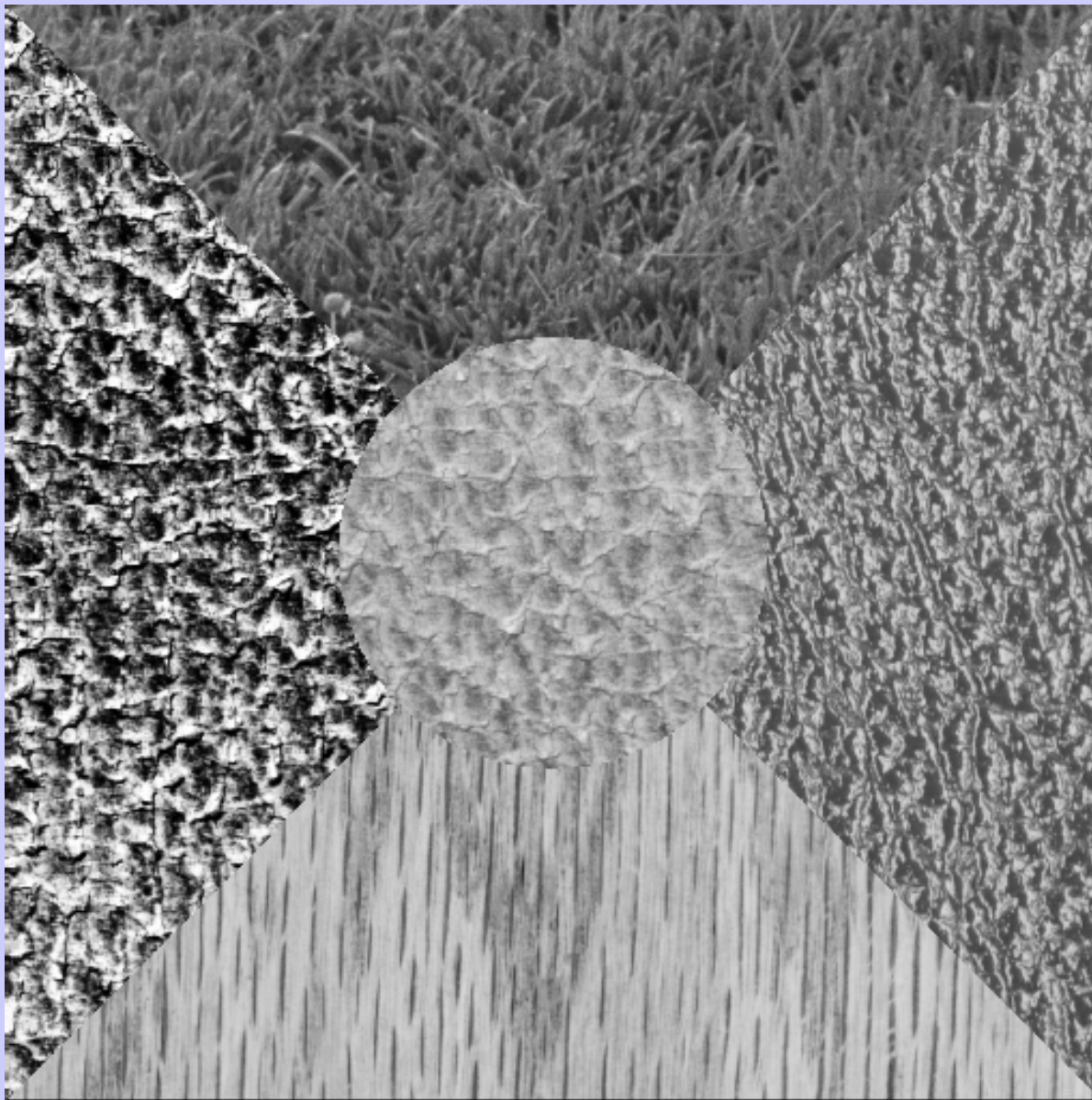
Οι πλέον συνηθισμένες εφαρμογές των φίλτρων Gabor,

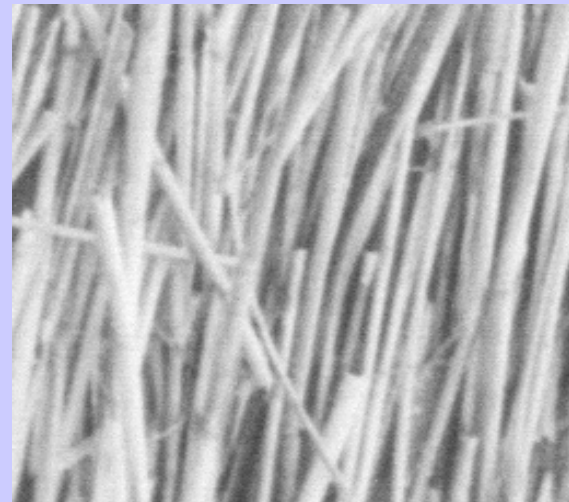
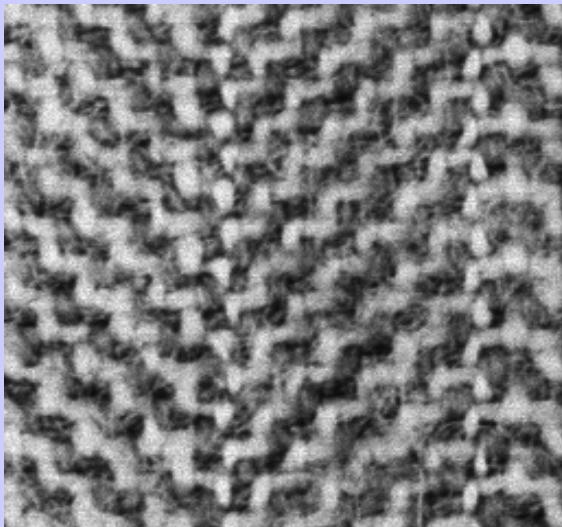
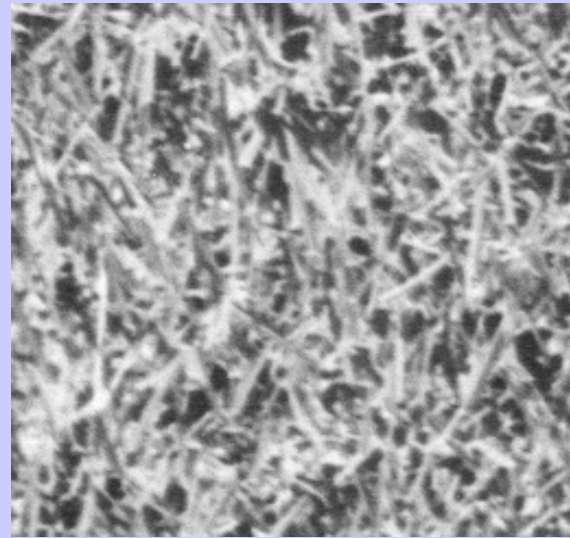
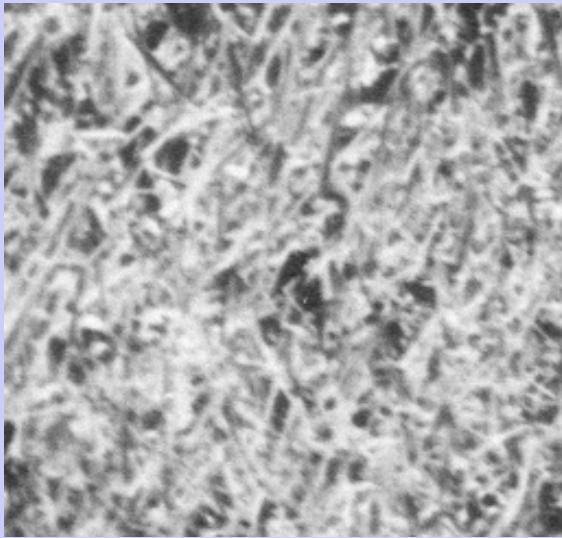
- (i) αναγνώριση-ταξινόμηση και
- (ii) τμηματοποίηση

Gabor Filters

III—Properties of Gabor filters

- **Scale (frequency) and orientation selectivity**
- **Achieve the lower boundary of the uncertainty relationship**
 - **Uncertainty principle:** $\Delta x \cdot \Delta u \geq 1/4\pi$ $\Delta y \cdot \Delta v \geq 1/4\pi$
 - **Other filters:** $\Delta x \cdot \Delta u > 1/4\pi$ $\Delta y \cdot \Delta v > 1/4\pi$
 - **Gabor filters:** $\Delta x \cdot \Delta u = 1/4\pi$ $\Delta y \cdot \Delta v = 1/4\pi$
- **Complete but non-orthogonal**





Ομοιότης κάνοντας χρήση της μέσης τιμής της απόκρισης φίλτρων

