

Ανάκτηση Εικόνας βάσει Περιεχομένου



Εργαστήριο Ηλεκτρονικής (ELLAB)
Τμήμα Φυσικής
Πανεπιστήμιο Πατρών

Θεοχαράτος Χρήστος

e-mail: htheohar@upatras.gr

Web: <http://www.ellab.physics.upatras.gr/PersonalPages/Theoharatos/default.htm>



Περιεχόμενα

- Εισαγωγή: Η αξία της Πληροφορίας
- Ανάκτηση Εικόνας βάσει Περιεχομένου (CBIR)
- Χρωματικά Συστήματα
- Μέτρα Ομοιότητας και Σύγκριση Εικόνων
- Αξιολόγηση CBIR-συστήματος
- Μέθοδοι Ανάκτησης Εικόνας και MPEG-7
- Απεικονίσεις χαμηλής διάστασης

Εισαγωγή: Η αξία της Πληροφορίας

Πρόσβαση σε τεράστια ποσότητα δεδομένων (νέων, αθλητικά, πολιτικά, οικονομικά, κοινωνικά, κ.α.):

- 1-2 exabytes (εκατομμύρια terabytes) νέας ψηφιακής πληροφορίας παράγονται κάθε χρόνο παγκοσμίως
- 250 MB για κάθε άνθρωπο
- 2.700 εικόνες δημιουργούνται κάθε δευτερόλεπτο στον κόσμο
- 100 δισεκατομμύρια ώρες οπτικο-ακουστικού υλικού
- 4.000 νέα films παράγονται κάθε χρόνο



Πως αξιοποιούμε την Πληροφορία;

Υπάρχει απίστευτος όγκος δεδομένων και η πρόσβαση γίνεται περίπλοκη

- Πως κατανοούμε τα δεδομένα αυτά;
- Πως η έκθεση στη πληροφορία δεν καθίσταται ανυπόφορη και χρονοβόρα;
- Πως αποκτούμε πρόσβαση σε αυτή την πληροφορία;
- Πως την αναλύουμε, τη φιλτράρουμε, την οργανώνουμε προκειμένου να είναι χρήσιμη για εμάς;



“Η αξία της πληροφορίας βρίσκεται στην αποτελεσματική οργάνωση, στην ευκολία ενοποιημένης – κατανεμημένης πρόσβασης από όλους και στην εμπορική αξιοποίηση”



“Πληροφοριακοί” στόχοι και εφαρμογές

Στόχοι

- Κατανόηση της Πληροφορίας
- Περιγραφή της Πληροφορίας (φιλική προς τον χρήστη, αλλά και κατανοητή από τον υπολογιστή)
- Δεικτοδότηση (αυτόματος χαρακτηρισμός)
- Ανάκτηση βασισμένη στο περιεχόμενο

Πεδία Εφαρμογής

- Ακίνητη (έγχρωμη ή ασπρόμαυρη) εικόνα
- Εικονοσειρές (video)
- Ήχος
- Φυσική Γλώσσα

Ενδιαφερόμενοι - Εφαρμογές

- Επιχειρήσεις οπτικοακουστικών εφαρμογών

- ✓ «Θέλω εικόνες με γκολ της Εθνικής»
- ✓ «Θέλω εικόνες με σκηνές δράσης από τον Περσικό»



Content-based results:

47 items total [1 - 9]. The results are cached...



Original Image



WSRM (ELLAB)



29006.jpg 100.00%
192x128px, 6KB
[Find Similar](#)



382065.jpg 93.73%
128x192px, 7KB
[Find Similar](#)



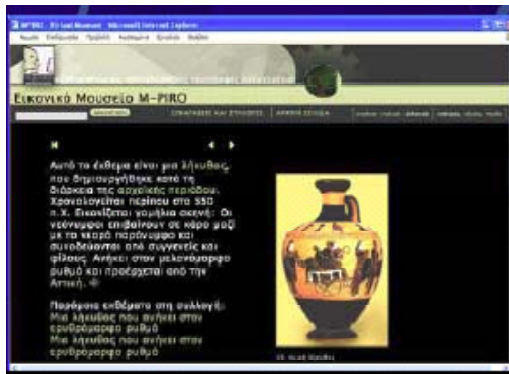
292035.jpg 93.67%
192x128px, 7KB
[Find Similar](#)

- Επιχειρήσεις Πληροφορικής

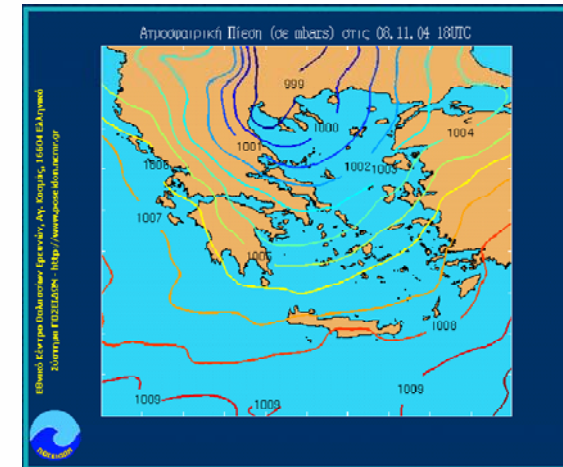
- ✓ Ανάπτυξη υπηρεσιών (π.χ. αναζήτηση, ηλεκτρονικό εμπόριο κτλ)
- ✓ Οργάνωση πολυμεσικών εγγράφων

Ενδιαφερόμενοι - Εφαρμογές

Εφαρμογές Πολιτισμού



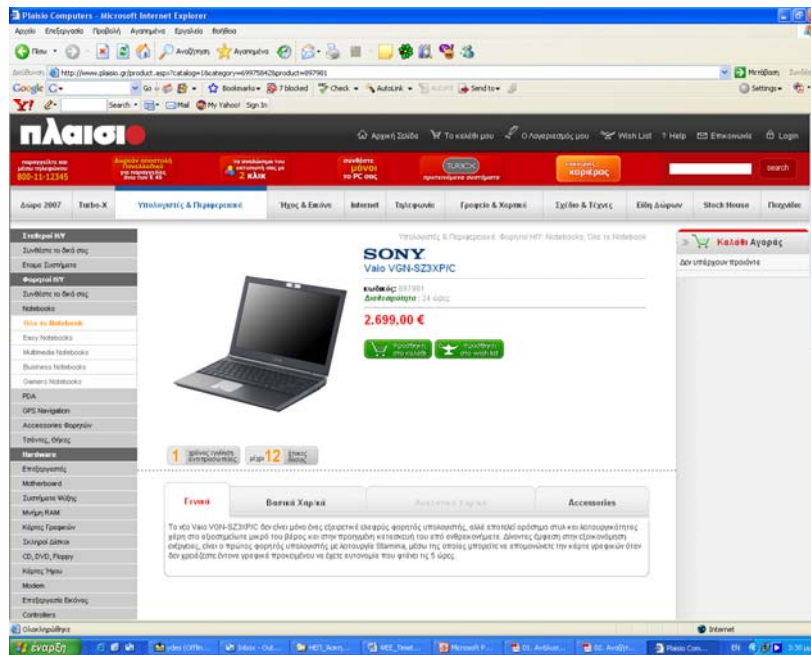
Εφαρμογές Περιβάλλοντος



Ιατρικές Εφαρμογές

Ενδιαφερόμενοι - Εφαρμογές

Επιχειρησιακές Εφαρμογές



- Ερευνητικοί / τεχνολογικοί φορείς
- Εταιρείες που παρέχουν υπηρεσίες αναζήτησης περιεχομένου

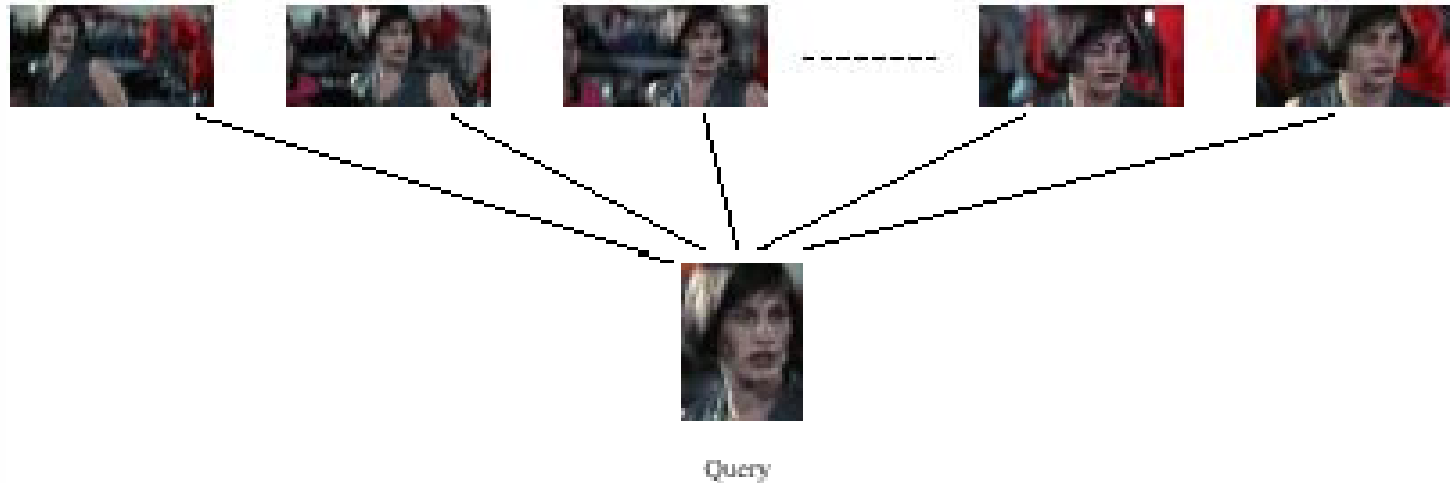
✓ π.χ. Portals, ιστοσελίδες εταιρειών, ιστοσελίδες εφημερίδων, πρακτορεία ειδήσεων, βιβλιοθήκες, κτλ.



Περιεχόμενα

- Εισαγωγή: Η αξία της Πληροφορίας
- Ανάκτηση Εικόνας βάσει Περιεχομένου (CBIR)
- Χρωματικά Συστήματα
- Μέτρα Ομοιότητας και Σύγκριση Εικόνων
- Αξιολόγηση CBIR-συστήματος
- Μέθοδοι Ανάκτησης Εικόνας και MPEG-7
- Απεικονίσεις χαμηλής διάστασης

Τι είναι η Ανάκτηση Εικόνας;



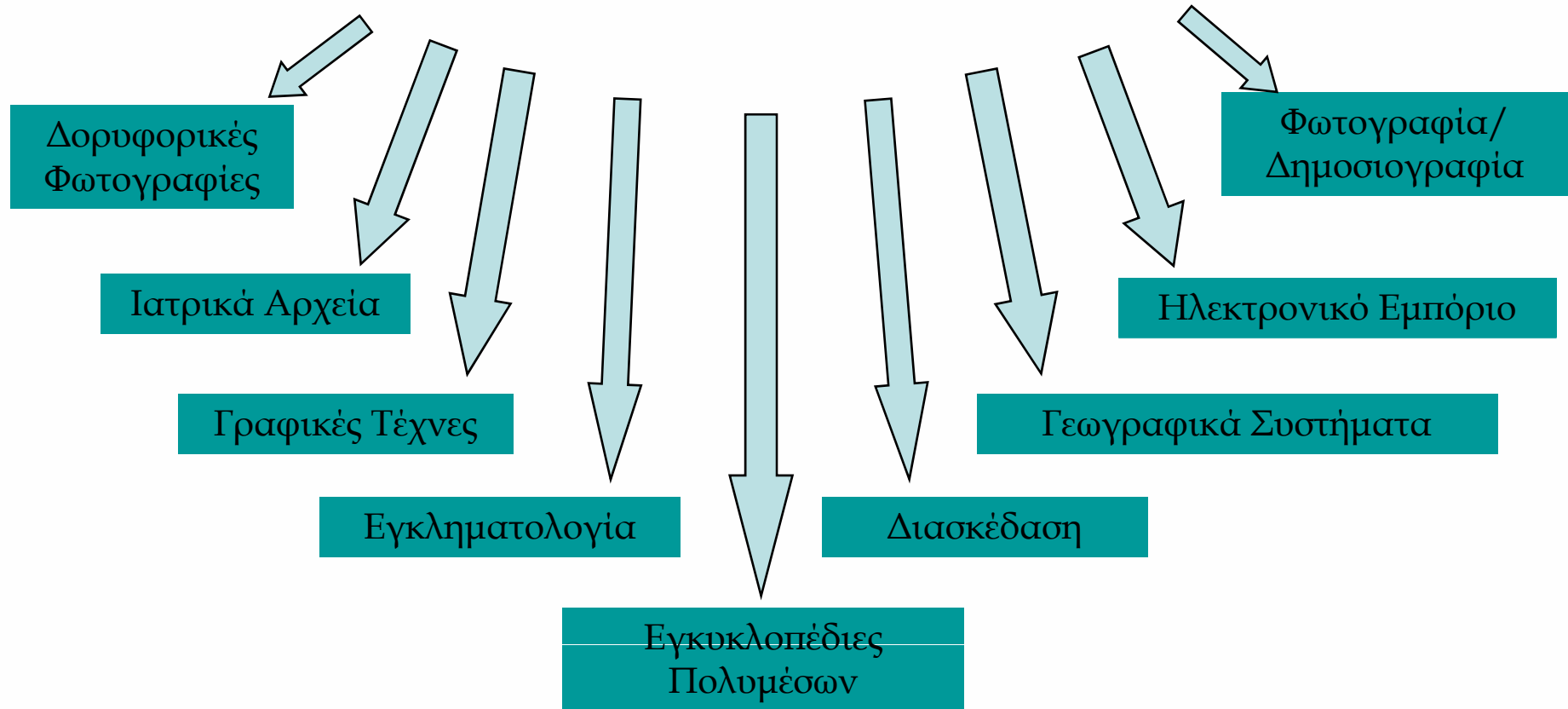
Σκοπός:

- Δίνεται κάποιο αίτημα (query)
- **Ανάκτηση** όλων των εικόνων που έχουν παρόμοιο περιεχόμενο με το query

Μέθοδοι:

1. Βάσει κειμένου
2. Βάσει περιεχομένου

Πεδία Εφαρμογών



Ανάκτηση Εικόνας βάσει **Κειμένου** (TBIR)

- + Απλή Υλοποίηση
- + Σημασιολογική περιγραφή
- + Απαραίτητη σε ορισμένες εφαρμογές

- Άμεση εξάρτηση από αντίληψη
- Οπτικός πλούτος, δύσκολος να περιγραφεί από λέξεις
- Ανεπάρκεια λέξεων για περιγραφή ομοειδών χαρακτηριστικών
- Ογκώδεις βάσεις δεδομένων, λιγότερο πρακτικός ο σχολιασμός των εικόνων



Ανάκτηση Εικόνας βάσει **Κειμένου** (TBIR)

- + Απλή Υλοποίηση
- + Σημασιολογική περιγραφή
- + Απαραίτητη σε ορισμένες εφαρμογές

- Άμεση εξάρτηση από αντίληψη
- Οπτικός πλούτος, δύσκολος να περιγραφεί από λέξεις
- Ανεπάρκεια λέξεων για περιγραφή ομοειδών χαρακτηριστικών
- Ογκώδεις βάσεις δεδομένων, λιγότερο πρακτικός ο σχολιασμός των εικόνων



Ανάκτηση Εικόνας βάσει Κειμένου (TBIR)

- Χρήση κειμένου που συνοδεύει το πολυμεσικό υλικό

- Captions, Web, video

- Query-by-subjects

- Χάρτες, ονόματα πόλεων, δρόμων

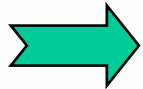
- Ονόματα προσώπων σε έγγραφα ή video

- Πολυμεσικά έγγραφα

- Web

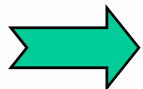


Ανάκτηση Εικόνας βάσει Περιεχομένου (CBIR)



Query:

“να βρεθούν εικόνες που περιέχουν ένα κόκκινο αυτοκίνητο, κορμούς δέντρων, πρασινάδα και συννεφιασμένο ουρανό”



Εξαγωγή χαμηλού επιπέδου χαρακτηριστικών

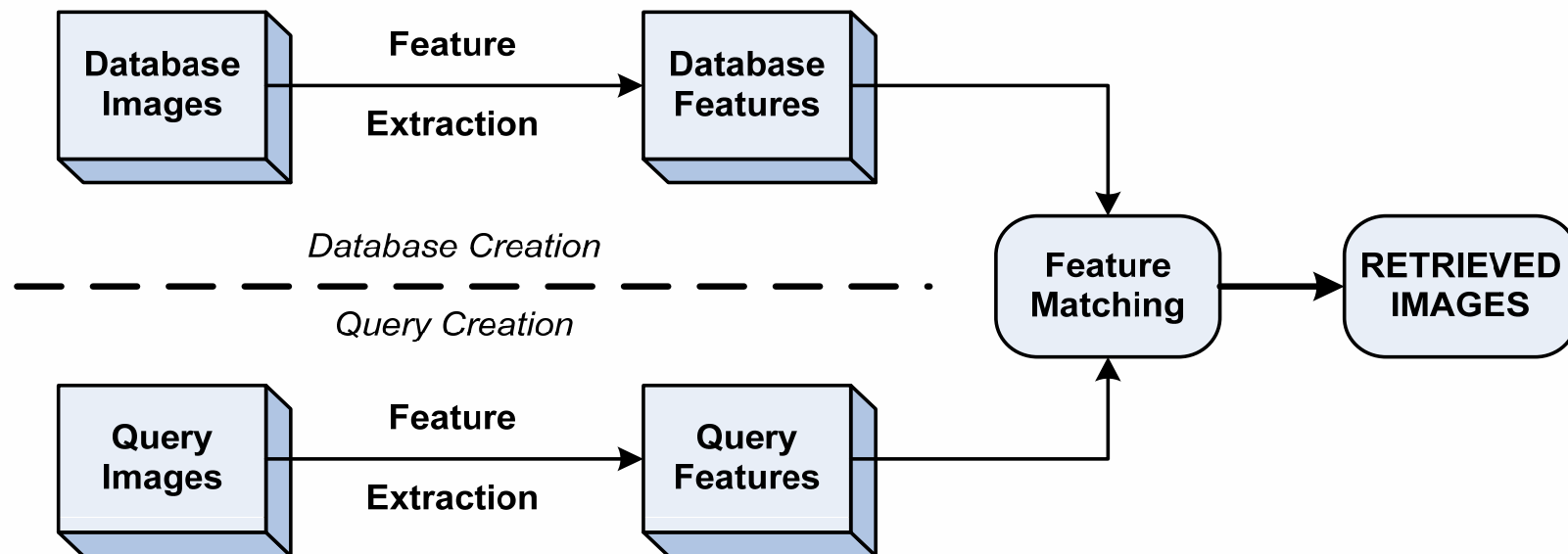
- ✓ Χρώμα (color)
- ✓ Σχήμα (shape)
- ✓ Υφή (texture)



Ανάκτηση Εικόνας βάσει Περιεχομένου (CBIR)

Μέθοδος ανάκτησης

- Εξαγωγή χαρακτηριστικών (feature extraction)
- Αίτηση (query)
- Ταίριασμα (matching)
- Ανάκτηση (retrieval)





Εξαγωγή Χαρακτηριστικών

- Εξαγωγή χαρακτηριστικών χαμηλού επιπέδου

- Χρώμα
- Υφή
- Σχήμα
- Ακμές
- Κίνηση
- Τροχιά
- Χωρικές συσχετίσεις
- Χρονικές συσχετίσεις

- + Αυτόματη διαδικασία
- + Μικρό υπολογιστικό κόστος
- + Κατάλληλη για πολλές εφαρμογές
- Χαμηλού επιπέδου
- Μη σχετικά αποτελέσματα
- Απαιτείται «πολυμεσική» είσοδος

Μέθοδοι Queries



1. Query-by-example



2. Query-by-sketch



3. Region-based query



4. Random browsing



CBIR Συστήματα

QBIC (IBM)



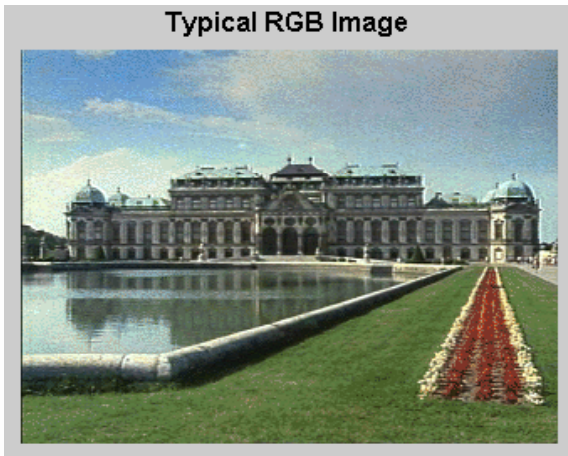
- Virage (Virage Inc.)
- Photobook (MIT Media Labs)
- VisualSEEK (Columbia)
- Netra (UCSB ADL project)
- MARS (Illinois Univ.)
- SIMPLIcity (Stanford Univ.)
- Blobworld (UC Berkeley)
- PicSOM (Helsinki Univ.)
- ImageMap, Schema RS, WALRUS, Picasso (σύγκριση χαρακτηριστικών τμηματοποιημένων περιοχών)
- ImageRover, WebSeer (WWW-search)
- MPEG-7



Περιεχόμενα

- Εισαγωγή: Η αξία της Πληροφορίας
- Ανάκτηση Εικόνας βάσει Περιεχομένου (CBIR)
- **Χρωματικά Συστήματα**
- Μέτρα Ομοιότητας και Σύγκριση Εικόνων
- Αξιολόγηση CBIR-συστήματος
- Μέθοδοι Ανάκτησης Εικόνας και MPEG-7
- Απεικονίσεις χαμηλής διάστασης

Χρωματικά Συστήματα



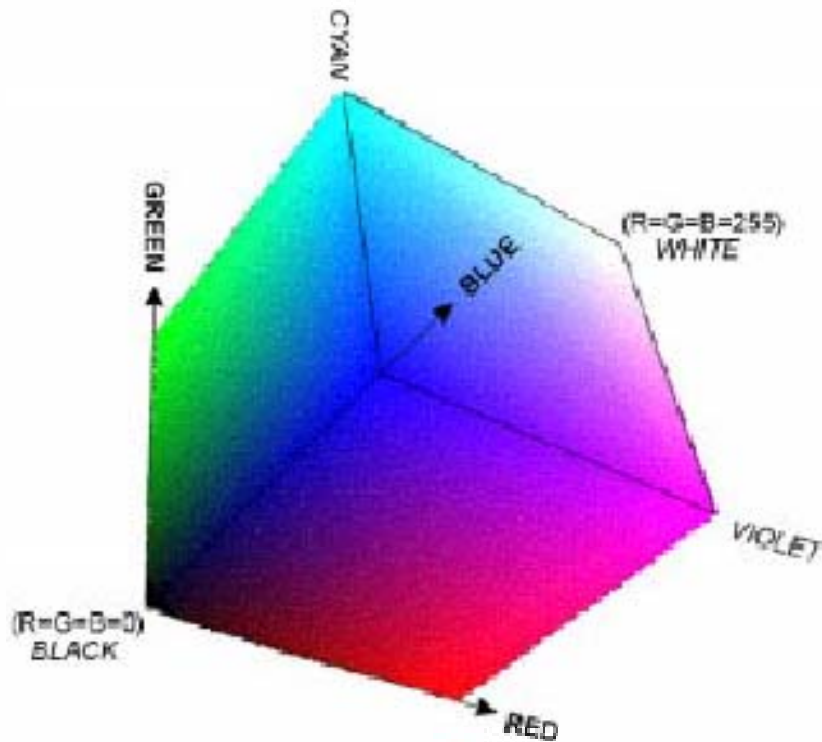
Χαρακτηριστικά Αντίληψης

- Φωτεινότητα (Luminance)
- Λαμπρότητα (Brightness)
- Απόχρωση (Hue)
- Χρωματικότητα (Lightness)
- Κορεσμός (Saturation)

Χρωματικά Συστήματα Συντεταγμένων

- Γραμμικά και μη-γραμμικά
- Ομοιόμορφα και μη-ομοιόμορφα
- Εξαρτώμενα από τη συσκευή λήψης και μετάδοσης
- Διαισθητικά και μη

Ο RGB - χώρος

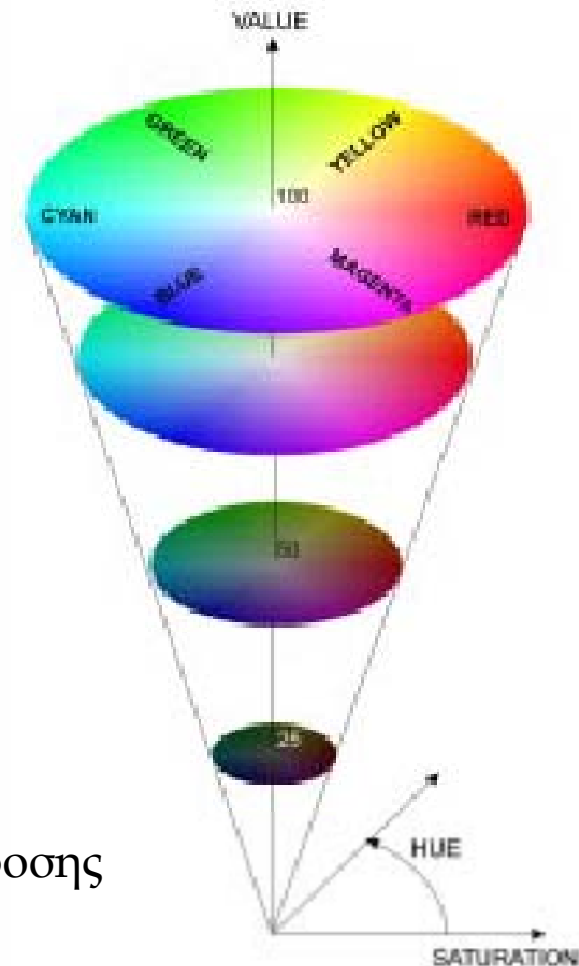


- Είναι ο πλέον διαδεδομένος χώρος
- Είναι 3-D με τιμές $[0, 255]$
- Μαύρο $(0,0,0)$, Λευκό $(255,255,255)$
- Απόχρωση του γκρι για $R=G=B$

- ✓ Υψηλή συσχέτιση των συνιστωσών
- ✓ Μη-ομοιομορφία
- ✓ Μη-γραμμικός σε σχέση με την ανθρώπινη αντίληψη (η Ευκλείδεια απόσταση μεταξύ 2 σημείων δεν είναι ανάλογη της χρωματικής αντίθεσης που αντιλαμβάνεται ο άνθρωπος)
- ✓ Εξαρτάται από τη συσκευή λήψης και μετάδοσης

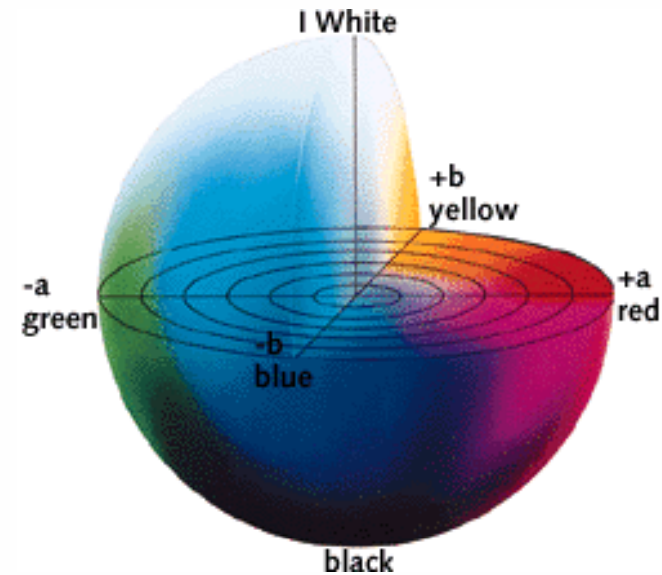
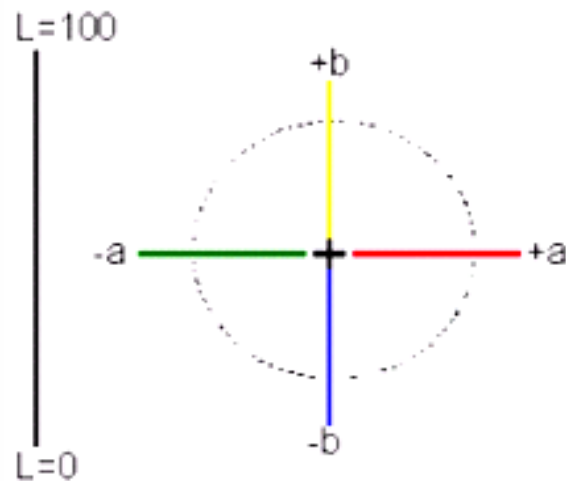
Ο HSV - χώρος

- Προκύπτει από τον RGB με μη-γραμμικό (αντιστρεπτό) μετασχηματισμό
- Τρεις άξονες
 - **Hue:** 0,...,1, τα χρώματα μεταβάλλονται από κόκκινο (0) σε κίτρινο, πράσινο, κυανό, μπλε, ματζέντα και ξανά κόκκινο (1)
 - **Saturation:** 0,...,1, από αποχρώσεις του γκρι σε κορεσμένα χρώματα
 - **Value:** 0,...,1, από μαύρο σε άσπρο
- ✓ Οι συνιστώσες έχουν μεγάλη συσχέτιση με την ανθρώπινη αντίληψη (κατά προσέγγιση γραμμικός)
- ✓ Μη-ομοιομορφία
- ✓ Ανεξάρτητος από τις συσκευές λήψης και μετάδοσης
- ✓ Ευκολία στο διαχωρισμό των χρωματικών και αχρωματικών τιμών



Ο CIE $L^*a^*b^*$ - χώρος

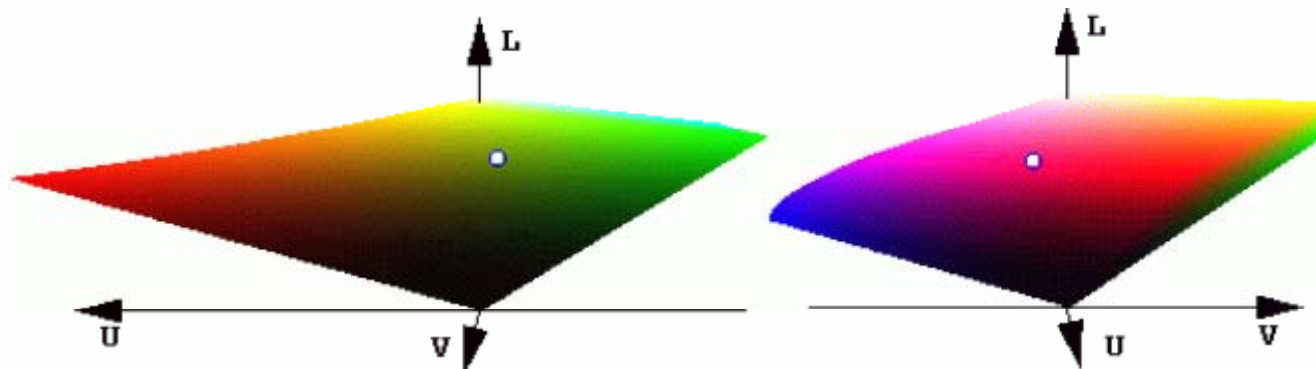
- Τρεις άξονες, βασίζεται στο ότι κάποια χρώματα είναι ανταγωνιστικά
 - L^* : Φωτεινότητα (0: μαύρο, 100: λευκό)
 - a^* : Χρωματικότητα, άξονας πράσινου-κόκκινου [-80,+120]
 - b^* : Χρωματικότητα, άξονας μπλε-κίτρινου [-80,+120]



- ✓ Γραμμικός σε σχέση με την ανθρώπινη αντίληψη, σχεδόν ομοιόμορφος
- ✓ Μη διαισθητικός χώρος

Ο CIE $L^*u^*v^*$ - χώρος

- Τρεις άξονες
 - L^* : Φωτεινότητα (0: μαύρο, 100: λευκό)
 - u^* : Χρωματικότητα, [-134,+220]
 - v^* : Χρωματικότητα, [-140,+122]

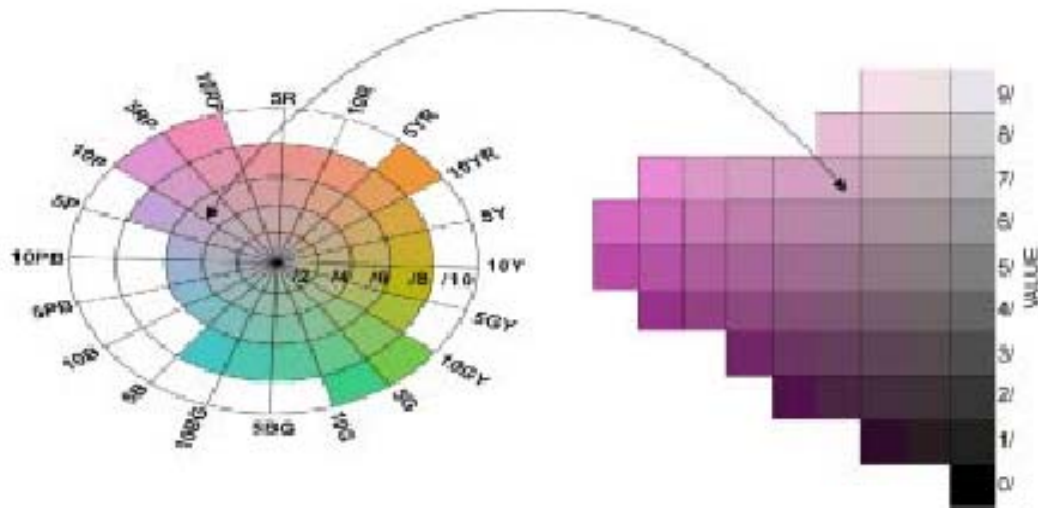


- ✓ Μετατροπή από τον RGB μέσω του CIE XYZ με μη-γραμμικό μετασχηματισμό

Άλλοι χρωματικοί χώροι

- Χρησιμοποιούμενοι χρωματικοί χώροι

- **YCrCb** → χρησιμοποιείται στη ψηφιακή κωδικοποίηση εικόνων (π.χ. JPEG, MPEG), γραμμικός μετασχηματισμός από τον RGB-χώρο
- **Y'I'Q'** ή **NTSC** → Ευρωπαϊκό σύστημα τηλεμετάδοσης (NTSC κωδικοποίηση)
- **HSI και HCV** → συστήματα / παραλλαγές του HSV

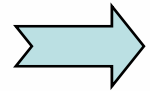




Περιεχόμενα

- Εισαγωγή: Η αξία της Πληροφορίας
- Ανάκτηση Εικόνας βάσει Περιεχομένου (CBIR)
- Χρωματικά Συστήματα
- Μέτρα Ομοιότητας και Σύγκριση Εικόνων
- Αξιολόγηση CBIR-συστήματος
- Μέθοδοι Ανάκτησης Εικόνας και MPEG-7
- Απεικονίσεις χαμηλής διάστασης

Ομοιότητα - Ανομοιότητα Εικόνων



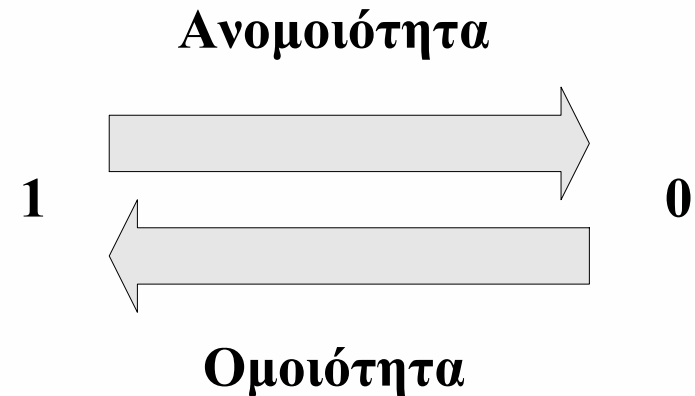
Τα χαρακτηριστικά σε κάποιο δεδομένο χώρο μπορούν να θεωρούνται όμοια (similar) αν είναι σε κοντινή εγγύτητα μεταξύ τους και ανόμοια (dissimilar) αν είναι μακριά

Μέτρα ομοιότητας (similarity measures, s)

Μέτρα ανομοιότητας (dissimilarity measures, d)

Συμπληρωματικές έννοιες στο $[0,1]$

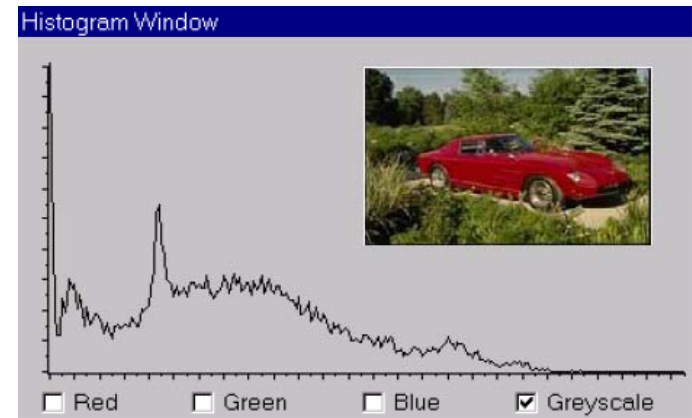
$$s = 1 - d$$



Ιστόγραμμα Εικόνας

- Στατιστικά καθορίζει την συνδεδεμένη (κοινή) πιθανότητα των εντάσεων των τριών χρωματικών συνιστωσών μιας εικόνας και επομένως περιγράφει την ολική κατανομή του χρώματος

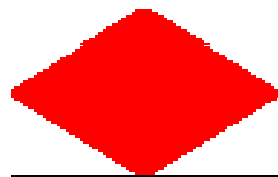
- Ασπρόμαυρες εικόνες: 1-D ιστόγραμμα
- Έγχρωμες εικόνες: 3-D ιστόγραμμα
- Κανονικοποιημένο, αποτελεί τη συνάρτηση πυκνότητας
- Χρήσιμο σε συγκεκριμένες τεχνικές ανάλυσης (π.χ. βέλτιστη απόδοση σε πολύπλοκα φόντα, παραμορφώσεις αντικειμένων)
- Ανεξάρτητο της μετάθεσης, της κλίμακας και της περιστροφής των εικόνων, πολύ εύκολο στην υλοποίηση
- Γρήγορη ταχύτητα σύγκρισης και ανάκτησης εικόνων σε συστήματα βάσεων δεδομένων, ιδανικό για υλοποιήσεις πραγματικού χρόνου



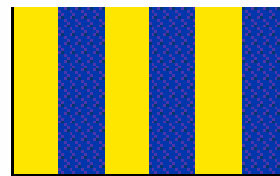
Ιστόγραμμα Εικόνας

• Έστω $H(i)$ το ιστόγραμμα μιας εικόνας, όπου i τα bins. Το κανονικοποιημένο ιστόγραμμα I ορίζεται ως:
$$h(i) = \frac{H(i)}{\sum H(i)}$$

- Χρήση 3 μονοδιάστατων ιστογραμμάτων στον RGB χώρο.
- Σύγκριση των ιστογραμμάτων μιας εικόνας της βάσης δεδομένων και της query image, χρησιμοποιώντας κάποιο μέτρο (αν)ομοιότητας (π.χ. την Ευκλείδεια απόσταση).



(α)



(β)

$$D(\alpha, \beta) = 0,54$$



(γ)

$$D(\alpha, \gamma) = 0,97$$

Μέτρα (αν)ομοιότητας

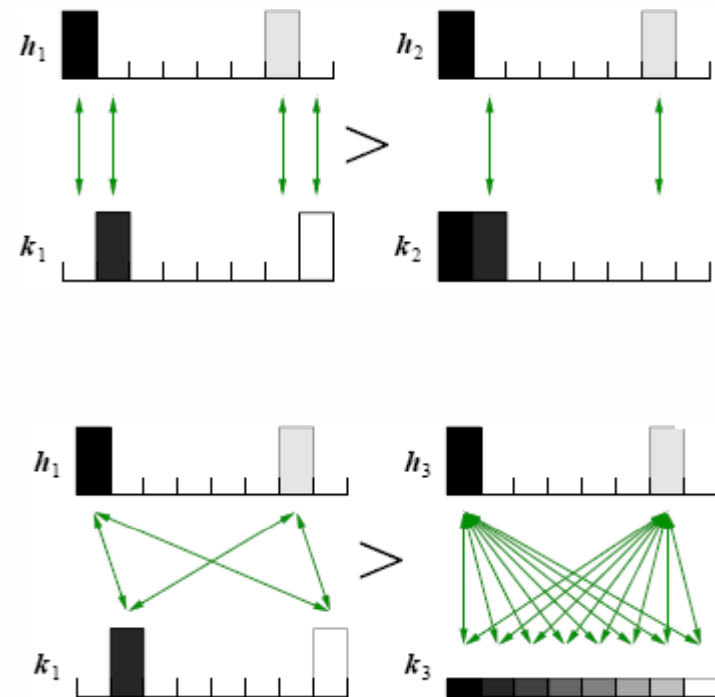
Τα περισσότερα μέτρα (αν)ομοιότητας που χρησιμοποιούνται στην ανάκτηση εικόνας, μετρούν την (αν)ομοιότητα ανάμεσα σε δύο ιστογράμματα $H=\{h_i\}$ και $K=\{k_j\}$

- **Bin-By-Bin μέτρα ομοιότητας** → σύγκριση ζευγών bin με τον ίδιο δείκτη

- Σύγκριση μεταξύ ιστογραμμάτων με ίσο αριθμό από bins
- Ευαισθησία στον αριθμό των bins (binning)

- **Cross-Bin μέτρα ομοιότητας** → σύγκριση μεταξύ μη-αντίστοιχων bin

- Αντιληπτά πιο κατάλληλα για τη σύγκριση χαρακτηριστικών





Μέτρα (αν)ομοιότητας

- Απόσταση *Minkowski*:

Το πιο συνηθισμένο μέτρο αποστάσεων, γνωστό και ως L_p νόρμα

$$d_p(H, K) = \left(\sum_m |h_i - k_j|^p \right)^{1/p}$$

- *Manhattan* Απόσταση ή L_1 νόρμα

$$d_1(H, K) = \sum_m |h_i - k_j|$$

- *Ευκλείδεια* Απόσταση ή L_2 νόρμα

$$d_2(H, K) = \sqrt{\left(\sum_m (h_i - k_j)^2 \right)}$$

- *Chessboard* Απόσταση ή L_∞ νόρμα

$$d_\infty(H, K) = \max(|h_i - k_j|)$$

Μέτρα (αν)ομοιότητας

- *Εξίσωση Ιστογραμμάτων*
(Histogram Intersection)
$$d_{HI}(H, K) = 1 - \frac{\sum \min(h_i, k_j)}{\sum_m k_j}$$
- *Μετρικό Camberra*
$$d_{CM}(H, K) = \sum_m \frac{|h_i - k_j|}{(h_i + k_j)}$$
- *Απόσταση Kullback-Leibler*
(Kullback-Leibler Divergence, KL)
$$d_{KL}(H, K) = \sum_{i=1}^n h_i \log \frac{h_i}{k_i}$$
- *Απόσταση Jeffrey Divergence*
(Jeffrey Divergence, JD)
$$d_{JD}(H, K) = \sum_{i=1}^n \left(h_i \log \frac{h_i}{m_i} + k_i \log \frac{k_i}{m_i} \right), \quad m_i = \frac{h_i + k_i}{2}$$
- *χ^2 Στατιστική*
(χ^2 Statistics, χ^2 -test)
$$d_{\chi^2}(H, K) = \sum_{i=1}^n \frac{(h_i - m_i)^2}{m_i}$$

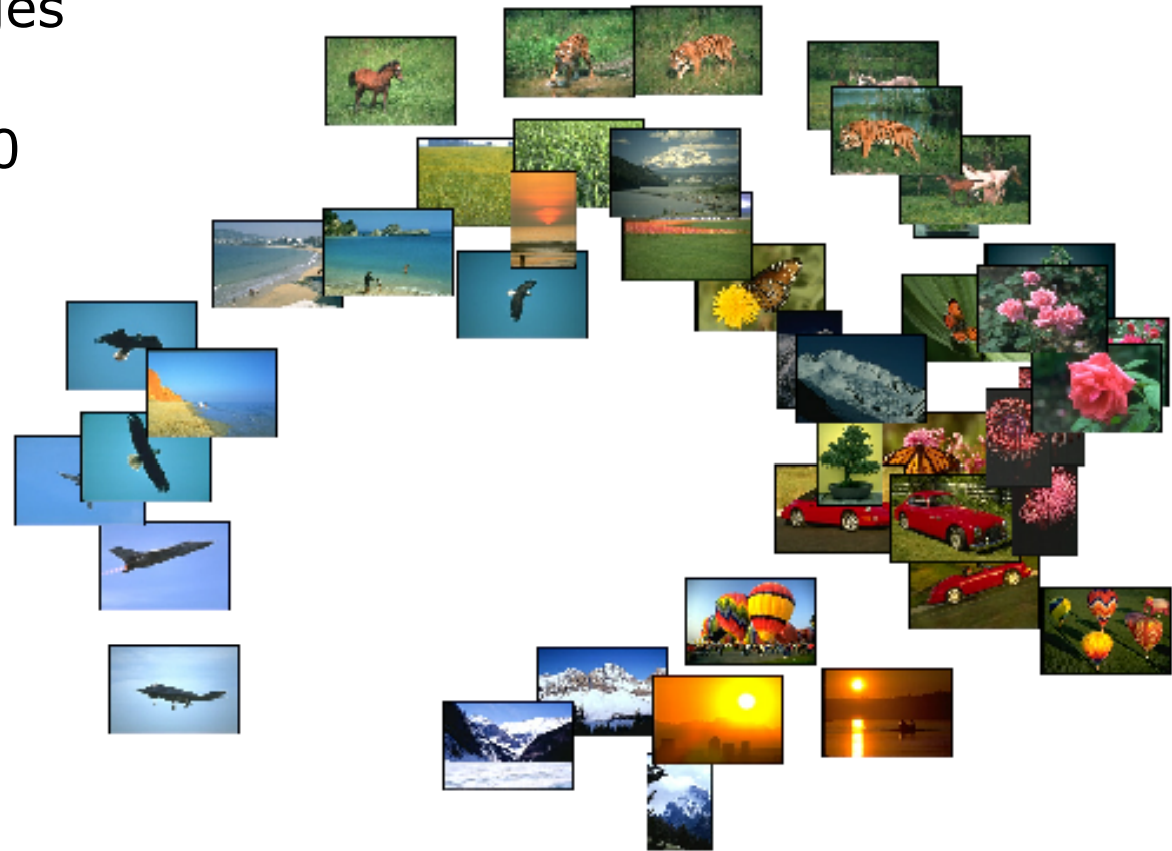


Περιεχόμενα

- Εισαγωγή: Η αξία της Πληροφορίας
- Ανάκτηση Εικόνας βάσει Περιεχομένου (CBIR)
- Χρωματικοί Χώροι
- Μέτρα Ομοιότητας και Σύγκρισης
- Αξιολόγηση CBIR-συστήματος
- Μέθοδοι Ανάκτησης Εικόνας και MPEG-7
- Απεικονίσεις χαμηλής διάστασης

Βάση Δεδομένων (Corel)

- $D = 10 \times 5 = 50$
database images
- $Q = 2 \times 5 = 10$
query images



Ανάκτηση - Εύρεση Εικόνων

query



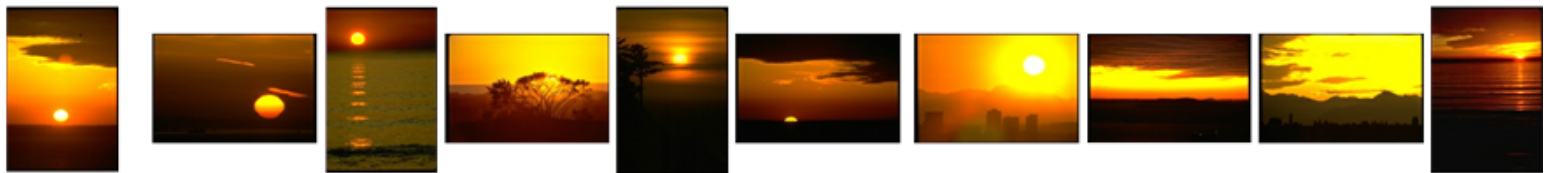
Histogram Intersection



WW-test after Random Sampling



WW-test after Blockwise Sampling



Αξιολόγηση Ανάκτησης

- $T \rightarrow$ # εικόνων ανάκτησης, ορίζει την επιλεγμένη λίστα
- $R \rightarrow$ # σωστών αποτελεσμάτων
- $S \rightarrow$ # εικόνων που απαρτίζουν μια κατηγορία

Ακρίβεια (precision):

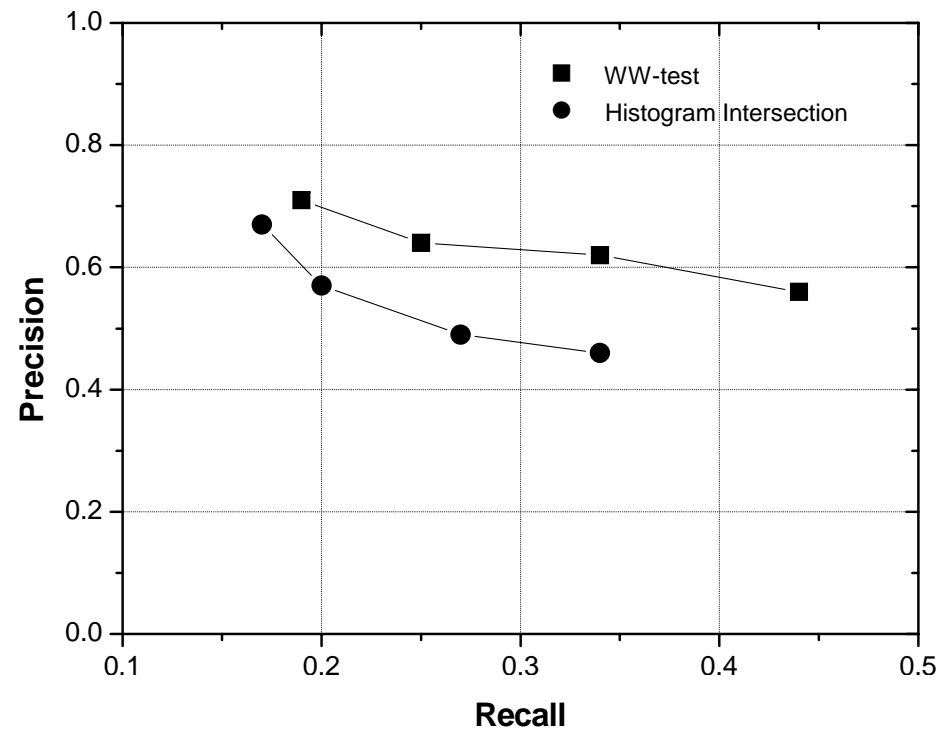
ποσοστό σωστών απαντήσεων
στο σύνολο των απαντήσεων

$$\text{Precision} = \frac{R}{T}$$

Ανάκληση (recall):

ποσοστό σωστών απαντήσεων
στο σύνολο των όμοιων εικόνων

$$\text{Recall} = \frac{R}{S}$$



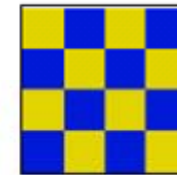


Περιεχόμενα

- Εισαγωγή: Η αξία της Πληροφορίας
- Ανάκτηση Εικόνας βάσει Περιεχομένου (CBIR)
- Χρωματικοί Χώροι
- Μέτρα Ομοιότητας και Σύγκρισης
- Αξιολόγηση CBIR-συστήματος
- Μέθοδοι Ανάκτησης Εικόνας και MPEG-7
- Απεικονίσεις χαμηλής διάστασης

Ανάκτηση με βάση το Χρώμα

Μειονέκτημα της ολικής χρωματικής υπογραφής:
δε λαμβάνεται υπόψη η τοπική συσχέτιση των χρωμάτων



Επίλυση προβλήματος: Τμηματοποίηση



Χωρισμός της εικόνας σε μπλοκ



Τμηματοποίηση σε ομοιογενείς περιοχές

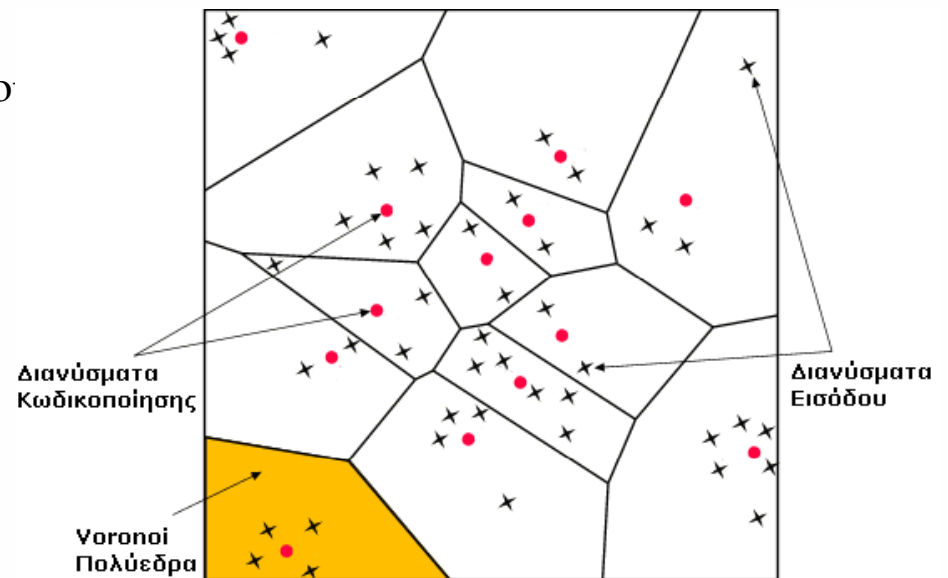


Ανάκτηση με βάση το Χρώμα

Εξαγωγή χρωματικής υπογραφής, πρωτότυπων διανυσμάτων:

Ο Αλγόριθμος Neural Gas

- Είναι αλγόριθμος αυτό-οργανούμενο νευρωνικού δικτύου (SONN) για διανυσματική κβάντιση (VQ).
- Τα διανύσματα εισόδου $X(t)$ της κατανομής $P(X)$ οδηγούν το βήμα σύγκλισης για την προσαρμογή των βαρών των νευρώνων $\{A_j\}_{j=1:k}$:

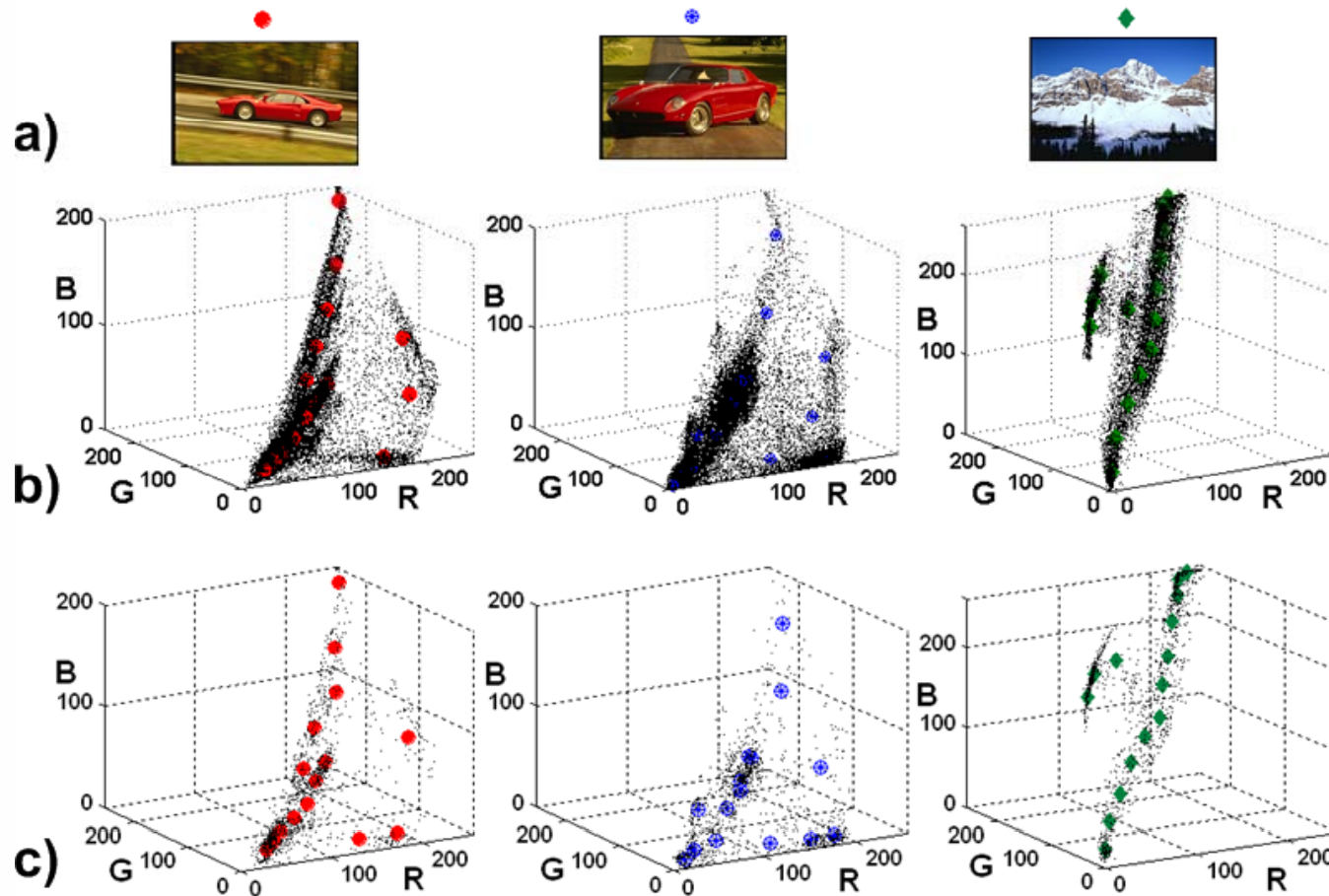


$$\Delta A_j = \varepsilon h_\lambda (f_j(X(t), \{A_i\}_{i=1:k})) (X(t) - A_j), \quad j = 1, \dots, k, \quad \forall t = 1, \dots, t_{\max}$$

Ανάκτηση με βάση το Χρώμα

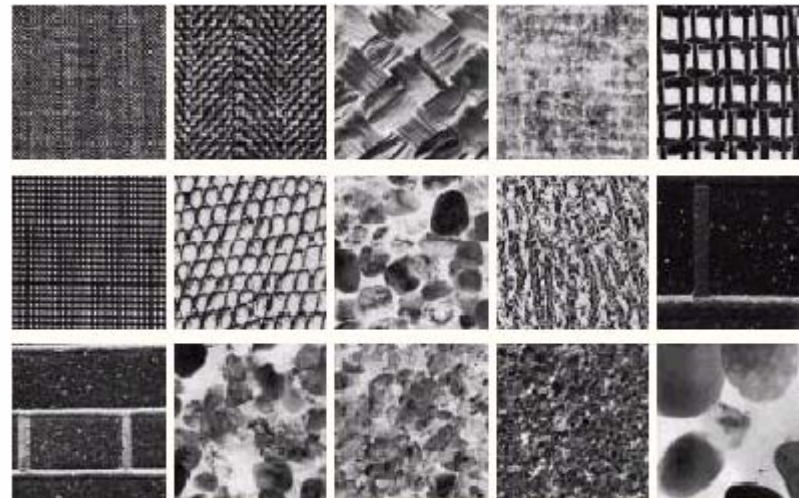
Εξαγωγή χρωματικής υπογραφής, πρωτότυπων διανυσμάτων:

Ο Αλγόριθμος Neural Gas



Ανάκτηση με βάση την Υφή

- Είναι μια ιδιότητα που εκφράζει τη χωρική διάταξη των επιπέδων φωτεινότητας των pixel σε μια περιοχή της εικόνας.
- Είναι ένα μέτρο της τραχύτητας, της ομαλότητας και της κανονικότητας.
- Αναφέρεται στη επανάληψη ενός δομικού στοιχείου υφής, του texel. Το texel αποτελείται από αρκετά pixel, των οποίων η διάταξη μπορεί να είναι περιοδική ή τυχαία.
- Μια περιοχή σε μια εικόνα έχει σταθερή υφή εάν στην περιοχή αυτή τα μέλη μιας ομάδας τοπικών στατιστικών χαρακτηριστικών ή άλλων τοπικών ιδιοτήτων της εικόνας παραμένουν σταθερά, μεταβάλλονται αργά, ή είναι κατά προσέγγιση περιοδικά.
- Γενικά, η υφή είναι μια έννοια στενά συνδεδεμένη με την περιοδικότητα



Ανάκτηση με βάση την Υφή

- Χωρίζουμε την εικόνα σε τετράγωνα περιοχές (blocks).
- Υπολογίζουμε το ιστόγραμμα για κάθε block.
- Για κάθε ιστόγραμμα $P_I(k)$, $k=1, \dots, N$ επίπεδα, $I=1, \dots, M$ ιστογράμματα, υπολογίζουμε τις **4 πρώτες κεντρικές ροπές**:

- Μέση τιμή
$$\mu = \sum_{k=1}^N I_k p_I(I_k)$$
- Μεταβλητότητα
$$\sigma^2 = \sum_{k=1}^N (I_k - \mu)^2 p_I(I_k)$$
- Κλίση
$$\mu_3 = \frac{1}{\sigma^3} \sum_{k=1}^N (I_k - \mu)^3 p_I(I_k)$$
- Κύρτωση
$$\mu_4 = \frac{1}{4} \sum_{k=1}^N (I_k - \mu)^4 p_I(I_k) - 3$$

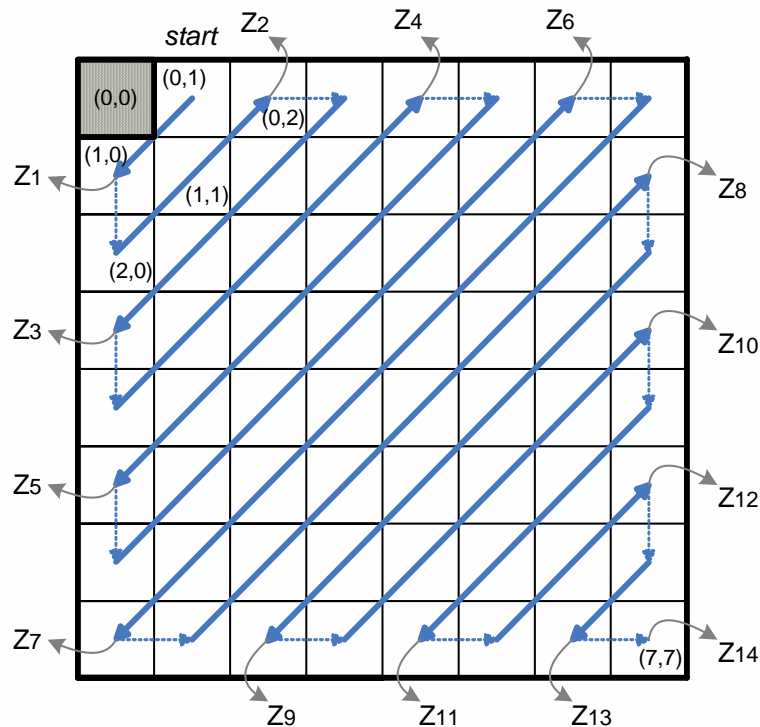
- Απλή μέθοδος
- Όχι ιδιαίτερα αποτελεσματική για ανάλυση πληροφορίας, γιατί δεν συνυπολογίζει τη χωροταξική διάταξη των pixel κάθε block.

Ανάκτηση με βάση την Υφή

Διακριτός Μετασχηματισμός Συνημιτόνου (Discrete Cosine Transform, DCT)

- Μετασχηματίζουμε από τον RGB στον YCrCb χώρο.
- Χωρίζουμε την εικόνα σε $N \times N$ block $f_{i,j}$ και υπολογίζουμε τον 2-D μετασχηματισμό DCT.

$$F_{u,v} = \frac{2}{N} C(u)C(v) \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} f_{i,j} \cos \frac{\pi u(2i+1)}{2N} \cos \frac{\pi v(2j+1)}{2N}, \quad c(k) = \begin{cases} 1/\sqrt{2} & \text{για } k=0 \\ 1 & \text{αλλιώς} \end{cases}$$



- Επιλογή χαρακτηριστικών χρώματος

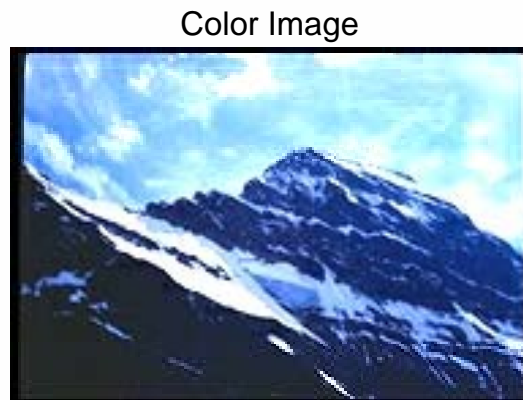
$$F_{0,0} = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} f_{i,j}$$

- Επιλογή χαρακτηριστικών υφής

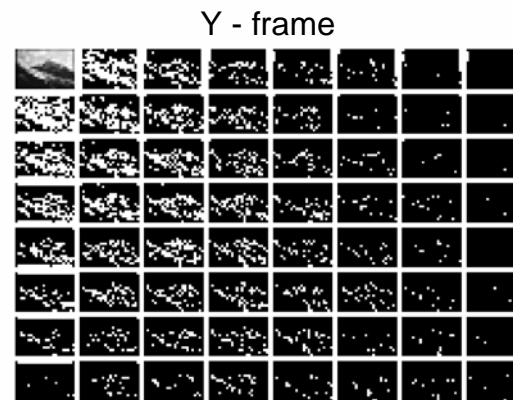
$$V_k = \begin{pmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ \vdots \\ Z_k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{F_{0,1}^2 + F_{1,0}^2} \\ \sqrt{F_{0,2}^2 + F_{1,1}^2 + F_{2,0}^2} \\ \vdots \\ \sqrt{F_{N-1,N-1}^2} = |F_{N-1,N-1}| \end{pmatrix}$$

Ανάκτηση με βάση την Υφή

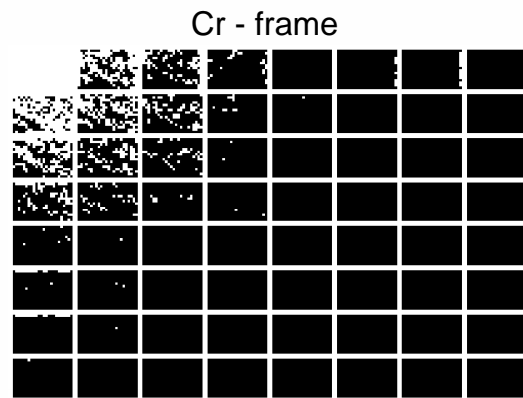
Διακριτός Μετασχηματισμός Συνημιτόνου (Discrete Cosine Transform, DCT)



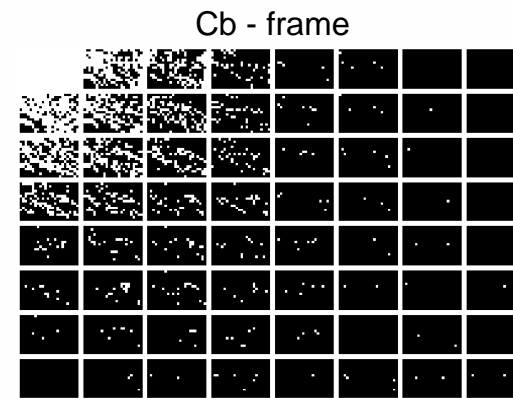
(a)



(b)



(c)



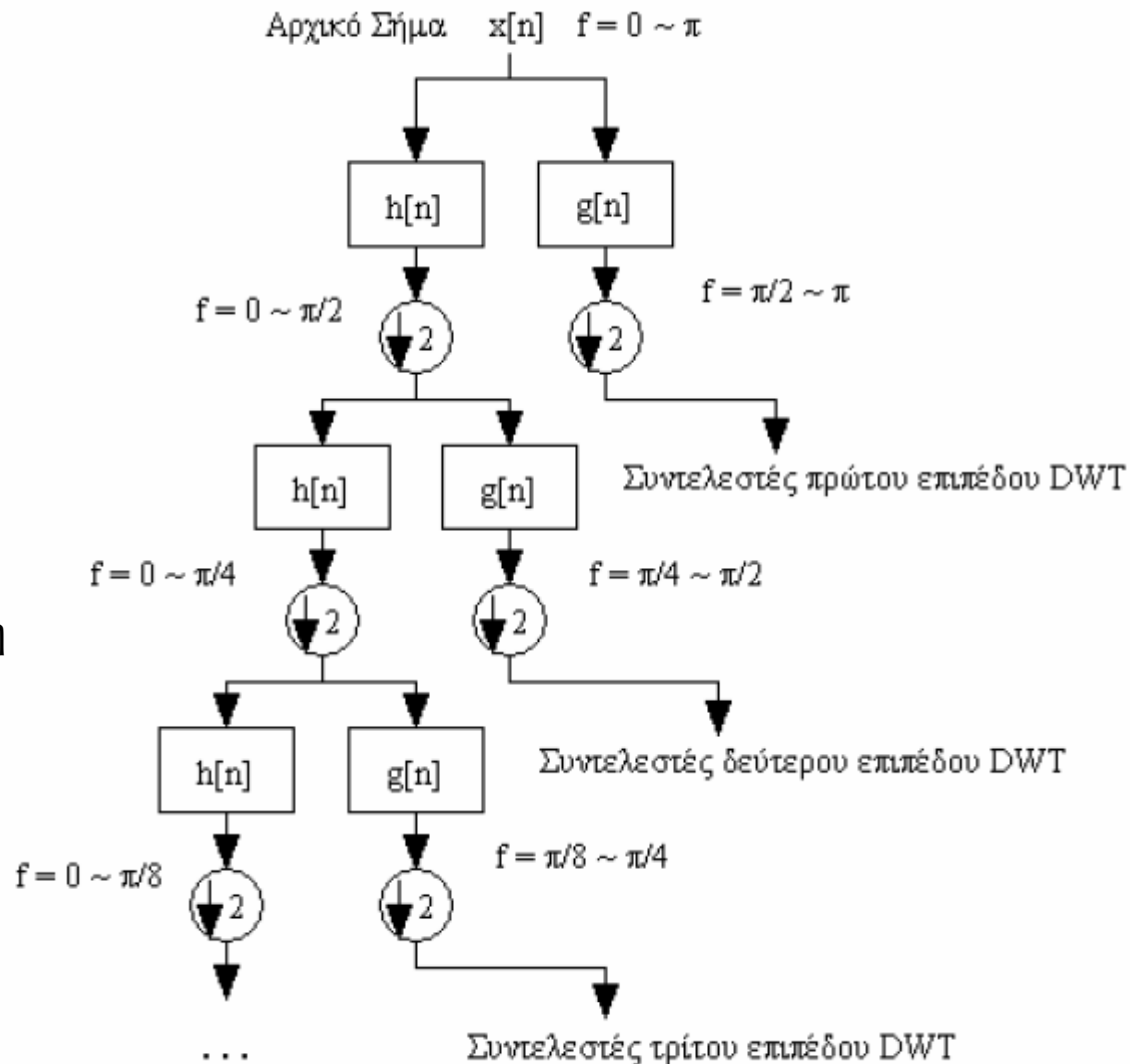
(d)

- Από τα Cr- και Cb- κανάλια επιλέγουμε την DC-συνιστώσα και τις $M=9$ πρώτες AC, δηλ. $\{V_{k'} k=3\}$.

Ανάκτηση με βάση την Υφή

Διακριτός Μετασχηματισμός Κυματιδίου (Discrete Wavelet Transform, DWT)

- Βασίζεται στην ανάλυση υποζωνών: το διαχωρισμό του σήματος σε υποζώνες συχνοτήτων που αντιστοιχούν σε διαφορετικά τμήματα του φάσματος.
- Για κάθε pixel, υπολογίζεται σε κάθε υποζώνη η τυπική απόκλιση σ σε μια γειτονιά w του pixel.

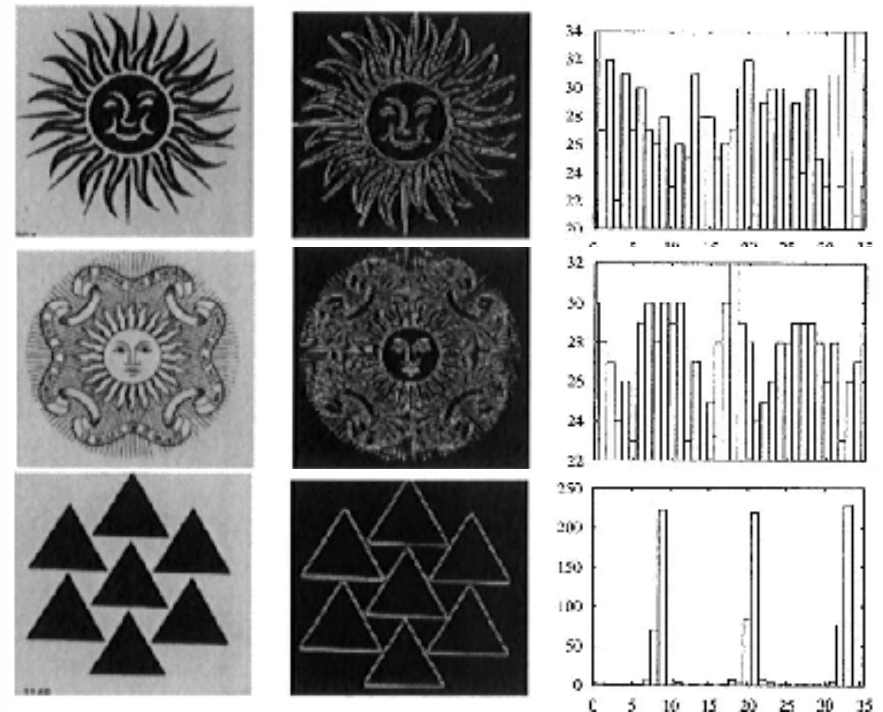


Ανάκτηση με βάση το Σχήμα

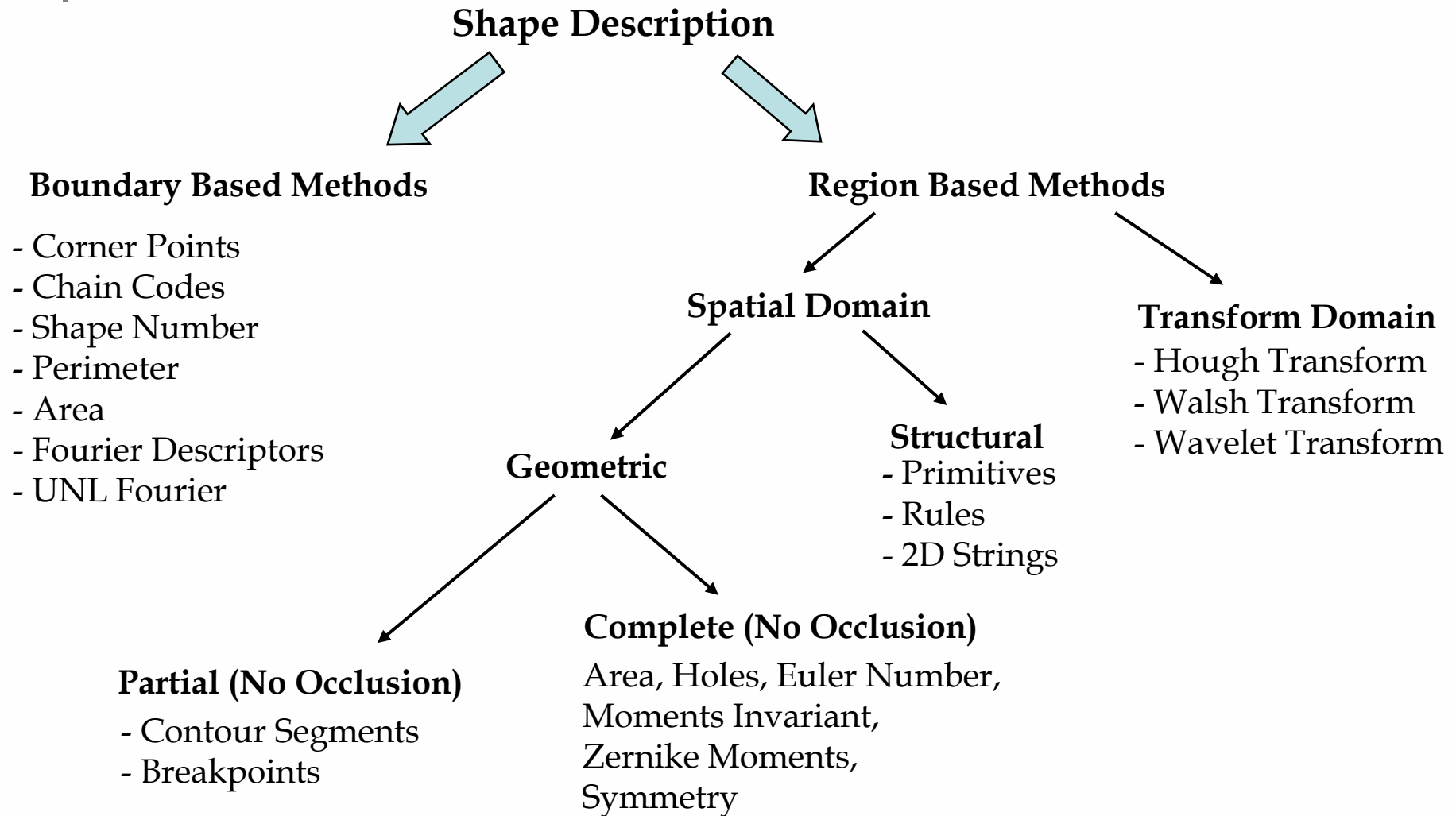
- Στη περίπτωση απουσίας χρωματικής πληροφορίας ή παρουσίας εικόνων με παρόμοιο χρωματικό περιεχόμενο, είναι απαραίτητο να χρησιμοποιηθούν *σχηματικά χαρακτηριστικά*.

- Επιπλέον, στην περίπτωση που δεν ενδιαφέρει το χρωματικό περιεχόμενο μιας εικόνας αλλά συγκεκριμένο σχήμα, πρέπει η βάση δεδομένων να περιέχει χαρακτηριστικά σχήματος.

Σχηματικά χαρακτηριστικά χρησιμοποιούνται κυρίως σε βάσεις δεδομένων που περιέχουν trademarks και logos.



Ανάκτηση με βάση το Σχήμα





Το Πρότυπο MPEG-7

- **Multimedia Content Description Interface:** Πρότυπο για την περιγραφή πολυμεσικού υλικού.
- **Πεδία εφαρμογής:** Αποτελεσματικότητα και διευκόλυνση ανάκτησης, φιλτραρίσματος, πλοήγησης και αναζήτησης σε μεγάλες πολυμεσικές συλλογές
- **Χαρακτηριστικά:** Το MPEG-7 ορίζει μόνο τον τρόπο με τον οποίο περιγράφονται τα πολυμεσικά δεδομένα και όχι τις μεθόδους ανάλυσης που προηγούνται.
- **Οπτικοακουστικά δεδομένα που μπορούν να έχουν MPEG-7 περιγραφές είναι:**
 - Ακίνητες εικόνες
 - Γραφικά
 - 3D μοντέλα
 - Ήχος ή Ομιλία
 - Βίντεο
 - Πληροφορία σύνθεσης (σενάριο) των πιο πάνω σε μια πολυμεσική παρουσίαση
- **Τα κύρια στοιχεία του προτύπου είναι:**
 - Εργαλεία περιγραφής: **Περιγραφείς (Descriptors, D)** και Σχήματα περιγραφών (Description Schemes, DS).
 - Μια γλώσσα ορισμού περιγραφών (Description Definition Language, DDL).
 - Εργαλεία Συστημάτων για την δυαδική κωδικοποιημένη αναπαράσταση των περιγραφών-στιγμιότυπων για την περαιτέρω αποθήκευση, μετάδοση, διαχείριση και προστασία τους.

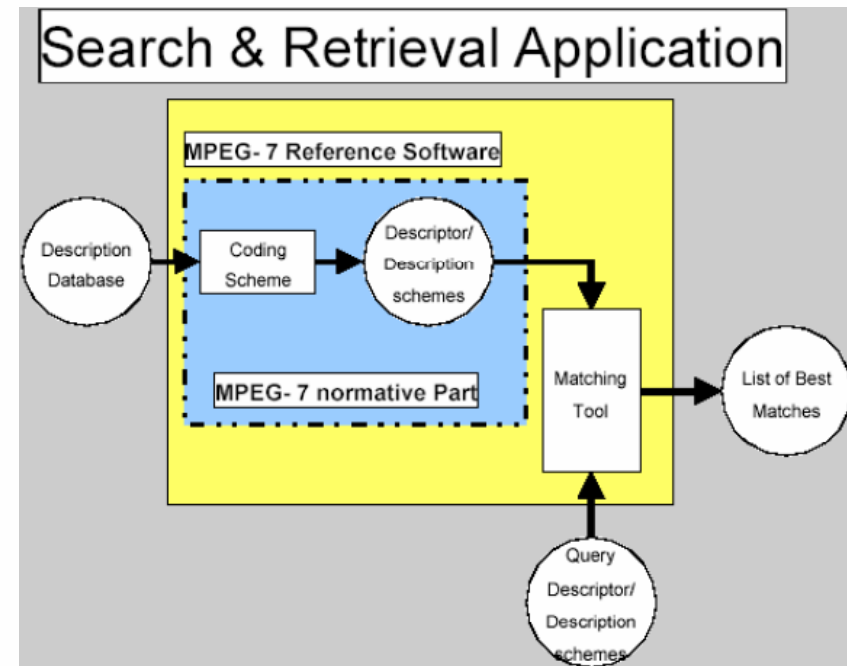
Το Πρότυπο MPEG-7

- **Extraction application**

- Στοχεύει στην εξαγωγή μιας περιγραφής (χαρακτηριστικών) για το πολυμεσικό υλικό, για τον σκοπό της αναζήτησης
- Προτυποποιημένοι είναι οι Περιγραφείς (Descriptors)
- Το πρότυπο δεν ορίζει πως θα εξαχθεί αυτή η περιγραφή (αλλά το Reference Software περιλαμβάνει μια υλοποίηση της διαδικασίας)

- **Search and retrieval application**

- Χρησιμοποιεί την περιγραφή του πολυμεσικού υλικού για αναζήτηση ομοιότητας (similarity search - Query by Example)
- Η συνάρτηση υπολογισμού της ομοιότητας δεν είναι προτυποποιημένη, αλλά μια πιθανή υλοποίησή της για κάθε descriptor περιλαμβάνεται στο Reference Software





Το Πρότυπο MPEG-7

- MPEG-7 Visual Descriptors

- Χρώμα

- Dominant Color Descriptor (DCD)
- Scalable Color Descriptor (SCD)
- Color Layout Descriptor (CLD)
- GoF/GoP Color Descriptor (GoF/GoP CD)

- Υφή

- Texture Browsing Descriptor (TBD)
- Homogenous Texture Descriptor (HTD)
- Edge Histogram Descriptor (EHD)

- Θέση - κίνηση

- Spatial 2D Coordinates Descriptor (S-2D-CD)
- Motion Trajectory Descriptor (MTD)
- Parametric Motion Descriptor (PMD)

- Σχήμα

- Region-based Shape Descriptor (RSD)
- Contour-based Shape Descriptor (CSD)



Το Πρότυπο MPEG-7

Dominant Color Descriptor (DCD):

- Περιγράφει τα N πλέον κυρίαρχα χρώματα σε μια εικόνα (frame) ή περιοχή
 - Πολύ συμπαγής περιγραφή
 - Χρήσιμη για αναζήτηση και ανάκτηση με βάση την ομοιότητα σε μεγάλες βάσεις οπτικού υλικού
- Ορίζεται ως: $F = \{ \{c_i, p_i, v_i\}, s \}$
 - όπου c_i είναι το i κυρίαρχο χρώμα, $i=1, \dots, N$, N όχι μεγαλύτερο του 8,
 - p_i είναι το ποσοστό του,
 - v_i είναι η μεταβλητότητα των χρωμάτων που αντιστοιχούνται στο c_i ,
 - s είναι ένα μέτρο της συνεκτικότητας της περιοχής που καταλαμβάνεται από ιχνοστοιχεία αυτών των χρωμάτων
- Μπορεί να υπολογιστεί με τον γενικευμένο αλγόριθμο Lloyd (generalized Lloyd algorithm), που ελαχιστοποιεί:

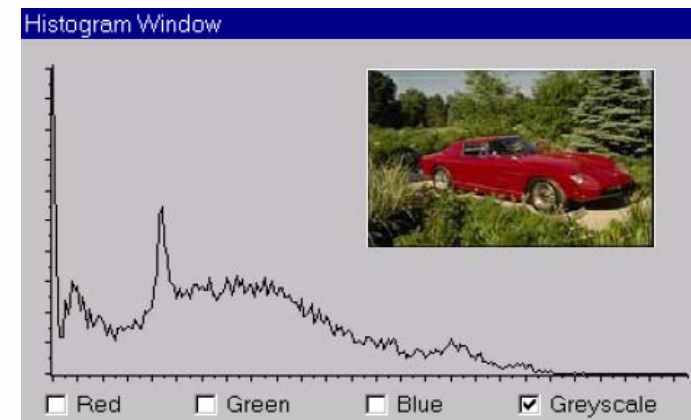
$$D_i = \sum_n w(n) \|x(n) - c_i\|^2, \quad x(n) \in C_i$$

όπου c_i κέντρο του C_i ,
 $x(n)$ το διάνυσμα χρώματος ενός pixel,
 $w(n)$ το βάρος του pixel

Το Πρότυπο MPEG-7

Scalable Color Descriptor (SCD):

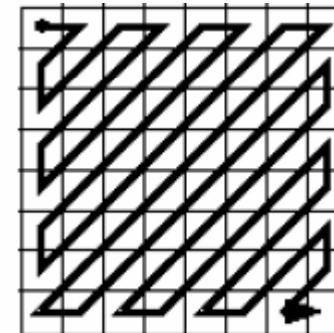
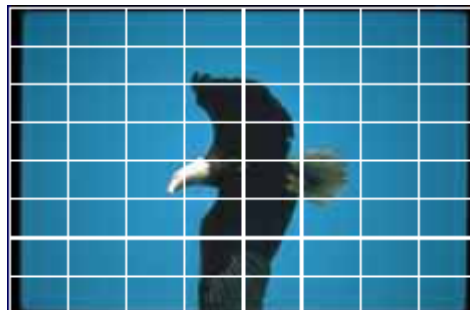
- Ιστόγραμμα στον χρωματικό χώρο HSV
- Ομοιόμορφη κβάντιση του HSV σε 256 διαστήματα:
 - H σε 16 επίπεδα
 - S σε 4 επίπεδα
 - V σε 4 επίπεδα
- Κωδικοποίηση με μετασχηματισμό Haar
- Βέλτιστη απόδοση χωρίς κωδικοποίηση
- Αξιολόγηση ομοιότητας μεταξύ SCDs με χρήση L1 metric (άθροισμα απολύτων τιμών αντιστοιχων συντελεστών)
- Χρήσιμο για αναζήτηση και ανάκτηση με βάση την ομοιότητα σε μεγάλες βάσεις οπτικού υλικού



Το Πρότυπο MPEG-7

Color Layout Descriptor (CLD):

- Περιγράφει την χωρική κατανομή του χρώματος σε μια εικόνα (frame) ή περιοχή
 - Χρήσιμο για αναζήτηση με βάση σκίτσο που δημιουργεί ο χρήστης, φιλτράρισμα περιεχομένου, κ.α.
- Εξάγεται ως:
 - Η είσοδος χωρίζεται σε 64 (8x8) blocks



- Η μέση τιμή του χρώματος υπολογίζεται για κάθε block
- Το αποτέλεσμα, ένας πίνακας 8x8, υφίσταται Διακριτό Μετασχηματισμό συνημίτονου (DCT)
- Λίγοι συντελεστές DCT χαμηλών συχνοτήτων επιλέγονται και, αφού υποστούν κβάντιση, αποτελούν τον Color Layout Descriptor



Το Πρότυπο MPEG-7

Texture Browsing Descriptor (TBD):

- Περιγράφει την υφή της εικόνας / περιοχής με βάση τρία χαρακτηριστικά αυτής:
 - Κανονικότητα (regularity), παίρνει τιμές 0,...,3, με το 0 να αντιστοιχεί σε τυχαία υφή και το 3 σε περιοδική υφή
 - Κατευθυντικότητα (directionality), παίρνει τιμές 0,...,6, με το 0 να αντιστοιχεί σε υφή χωρίς κυρίαρχη κατευθυντικότητα, 1,...,6 αντιστοιχούν σε τιμές 0-150 μοίρες
 - Τραχύτητα (coarseness) παίρνει τιμές 0,...,3, με το 0 να αντιστοιχεί σε λεπτόκοκκη υφή
- Επιτρέπει την συνύπαρξη μέχρι δυο τιμών κατευθυντικότητας και τραχύτητας (μια υφή μπορεί να έχει περισσότερες από μια κυρίαρχες κατευθύνσεις και αντίστοιχες τραχύτητες)
- Πολύ συμπαγής περιγραφή (απαιτεί όχι περισσότερα από 12 bits)
- Υπολογίζεται με εφαρμογή συστοιχίας ζωνοπερατών φίλτρων
- Ο descriptor αυτός είναι χρήσιμος για έξυπνη περιήγηση (browsing) σε συλλογές οπτικού περιεχομένου



Το Πρότυπο MPEG-7

Homogeneous Texture Descriptor (HTD):

- Περιέχει ποσοτική περιγραφή της υφής για εφαρμογές ταυτοποίησης ομοιότητας (similarity-based matching)
- Υπολογίζεται ως:
 - Η εικόνα/περιοχή φιλτράρεται από συστοιχία 30 φίλτρων Gabor (διατηρούν την υφή συγκεκριμένης κατεύθυνσης και κλίμακας), που καλύπτουν
 - 5 διαφορετικές κλίμακες
 - 6 διαφορετικές διευθύνσεις (ανά 30 μοίρες)
 - Υπολογίζονται οι δυο πρώτες κεντρικές ροπές της εξόδου κάθε φίλτρου (αποτελούν μέτρο της ενέργειας στην συγκεκριμένη υποζώνη)
- Ορίζεται ως

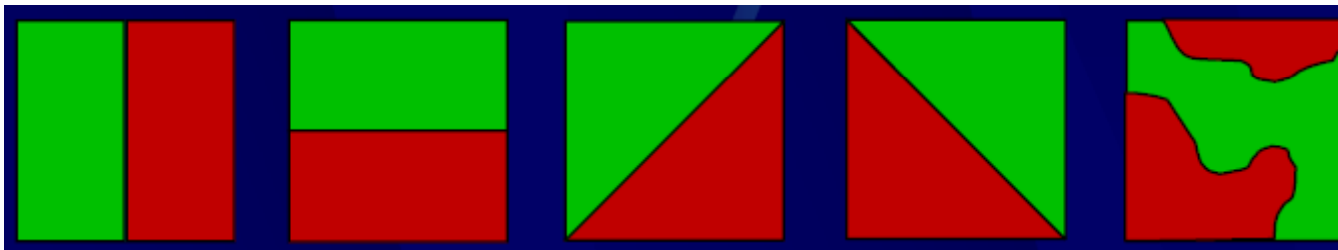
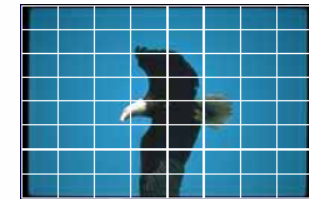
$$TD=[fDC, fSD, e1, e2, \dots, e30, d1, d2, \dots, d30],$$

όπου fDC , fSD , είναι η μέση τιμή και τοπική απόκλιση για το σύνολο των υποζωνών

Το Πρότυπο MPEG-7

Edge Histogram Descriptor (EHD):

- Καταγράφει την χωρική κατανομή των ακμών
- Μπορεί να περιγράψει αποτελεσματικά και μη ομοιογενείς υφές
- Υπολογίζεται ως:
 - Η εικόνα/περιοχή χωρίζεται σε 16 υποπεριοχές
 - Κάθε υποπεριοχή χωρίζεται σε περαιτέρω blocks
 - Σε κάθε block εφαρμόζονται 5 τελεστές εντοπισμού ακμών: 4 κατευθυντικοί και ένας μη κατευθυντικός
 - Τα blocks για τα οποία η έξοδοι των τελεστών ξεπερνούν κάποια όρια συμμετέχουν στον υπολογισμό του ιστογράμματος κάθε υποπεριοχής
 - Συνολικά υπολογίζονται 80 τιμές (16 υποπεριοχές x 5 τελεστές)



- A) Κατακόρυφη Ακμή
- B) Οριζόντια Ακμή
- Γ) Ακμή 45 μοιρών
- Δ) Ακμή 135 μοιρών
- E) Μη-κατευθυντική ακμή



Το Πρότυπο MPEG-7

Region-based Shape Descriptor (RSD):

- Εκφράζει την κατανομή των pixel μέσα σε μια δισδιάστατη περιοχή
- Μπορεί να περιγράψει σύνθετα αντικείμενα, αποτελούμενα από μη συνδεδεμένες περιοχές
- Βασίζεται σε 2D Angular Radial Transformation
- Αποτελείται από 35 συντελεστές

$$F_{nm} = \int_0^1 \int_0^{2\pi} V_{nm}^*(\rho, \vartheta) f(\rho, \vartheta) \rho d\rho d\vartheta$$

$$V_{nm}(\rho, \vartheta) = \frac{1}{2\pi} \exp(jm\vartheta) R_n(\rho)$$

$$R_n(\rho) = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ 2 \cos(\pi n \rho), & n \neq 0 \end{cases}$$



Το Πρότυπο MPEG-7

Contour-based Shape Descriptor (CSD):

- Εκφράζει το σχήμα του περιγράμματος διδιάστατης περιοχής
 - Μπορεί να διακρίνει μεταξύ σχημάτων που έχουν παρόμοιες κατανομές pixel στο χώρο αλλά διαφορές στο περίγραμμα
 - Υποστηρίζει αναζήτηση για σχήματα με σημασιολογική ομοιότητα, ακόμα και αν η κλάση τους παρουσιάζει σημαντική μεταβλητότητα
 - Πολύ αποτελεσματικός στον χειρισμό παραμορφώσεων λόγω πολύπλοκων κινήσεων του αντικειμένου ή της κάμερας
- Βασίζεται στο μετασχηματισμό curvature scale-space
 - Εφαρμόζει χαμηλοπερατό φίλτρο στο περίγραμμα για να το εξομαλύνει
 - Δημιουργεί «CSS εικόνα» που καταγράφει κοίλα και κυρτά τμήματα του περιγράμματος (κορυφές), και μετά από πόσες διαδοχικές εφαρμογές του χαμηλοπερατού φίλτρου εξαλείφονται τα κοίλα τμήματα του
- Αποτελείται από:
 - Εκκεντρότητα (eccentricity) για αρχικό και φιλτραρισμένο περίγραμμα
 - Κυκλικότητα (circularity) για αρχικό και φιλτραρισμένο περίγραμμα
 - Το πλήθος των κορυφών στην CSS εικόνα
 - Το ύψος της υψηλότερης κορυφής
 - Τη θέση των υπόλοιπων κορυφών

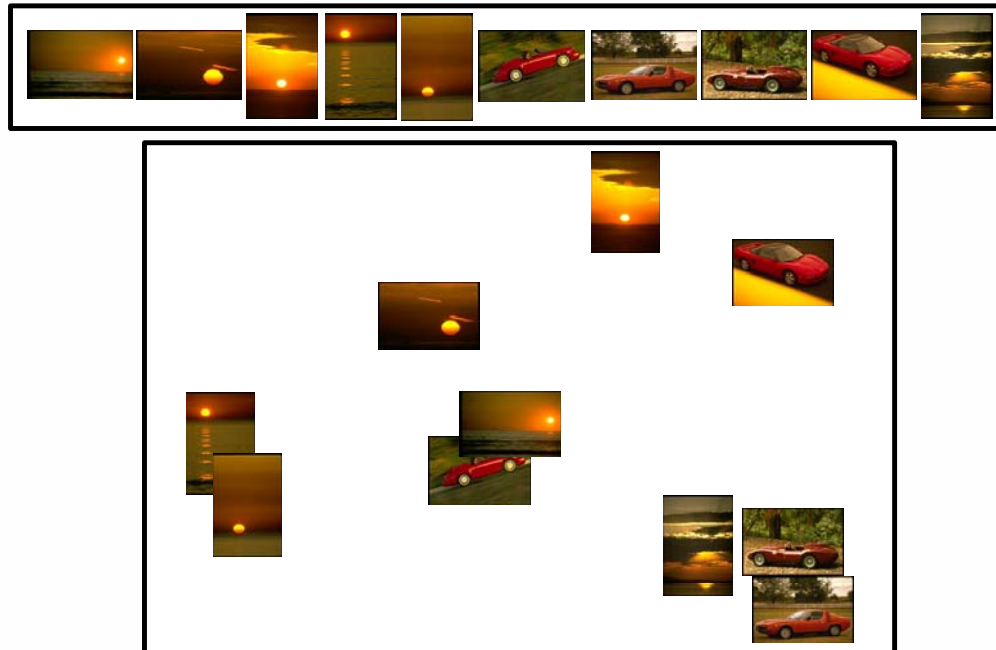


Περιεχόμενα

- Εισαγωγή: Η αξία της Πληροφορίας
- Ανάκτηση Εικόνας βάσει Περιεχομένου (CBIR)
- Χρωματικοί Χώροι
- Μέτρα Ομοιότητας και Σύγκρισης
- Αξιολόγηση CBIR-συστήματος
- Μέθοδοι Ανάκτησης Εικόνας και MPEG-7
- Απεικονίσεις χαμηλής διάστασης

Απεικονίσεις Χαμηλής Διάστασης

- Η παρουσίαση μιας λίστας ανακτημένων εικόνων δεν είναι ικανοποιητική.
- Ζητάμε μια γενική άποψη των ανακτημένων εικόνων
- Οι επιστρεφόμενες εικόνες θα πρέπει να απεικονίζονται, όχι μόνο κατά σειρά απόστασής τους από της αιτούμενη εικόνα, αλλά επίσης να τακτοποιούνται σε σχέση με τις αμοιβαίες αποστάσεις τους.
- Το βασικό μειονέκτημα της 1-D οπτικοποίησης είναι ότι οι εικόνες κατατάσσονται ως προς την ομοιότητά τους με την αιτούμενη εικόνα.





Ελάττωση Διαστάσεων

- Περισσότερα χαρακτηριστικά → περισσότερη πληροφορία → μεγαλύτερη ακρίβεια.
- Όγκος χαρακτηριστικών → δυσκολία στο χειρισμό.
- Λύση → εκκίνηση με όσο το δυνατόν περισσότερα χρήσιμα χαρακτηριστικά, και έπειτα ελάττωση του αριθμού.
 - π.χ. Εικόνα 64x64 = 4096 features
- Δύο μέθοδοι για ελάττωση των χαρακτηριστικών.
 - Feature selection → επιλογή προεξέχοντων χαρακτηριστικών με κάποιο κριτήριο
 - Feature extraction → εύρεση ενός μειωμένου σετ μέσω κάποιου μετασχηματισμού
- Η οπτικοποίηση δεδομένων (data visualization) και η ερευνητική ανάλυση δεδομένων (exploratory data analysis) χρησιμοποιούν μεθόδους ελάττωσης διαστάσεων.
 - συνήθως ελάττωση σε 2D ή 3D

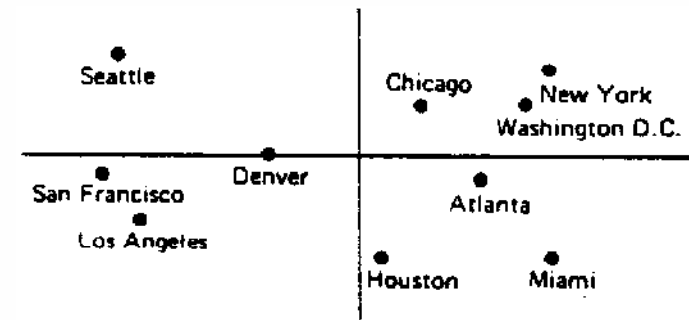
Multidimensional Scaling (MDS)

- **Κίνητρο:** να εκμεταλλευθεί την ικανότητα της αναγνώρισης προτύπων
 - π.χ., Να καθορίζει καταστάσεις σε μία κατανομή και να αναγνωρίζει τάσεις σε δεδομένα όταν παρουσιάζονται ως ένα σύνολο σημείων
- **Ορισμός:** για πίνακα απόστασης ενός συνόλου προτύπων, διαμορφώνουμε σημεία σε χώρο χαμηλής διάστασης (συνήθως 2D) ως εικόνες έτσι ώστε οι μεταξύ τους αποστάσεις προσεγγίζουν όσο το δυνατόν περισσότερο τις αρχικές ανομοιότητες μεταξύ τους.

Table 1 Flying Mileages Between 10 American Cities

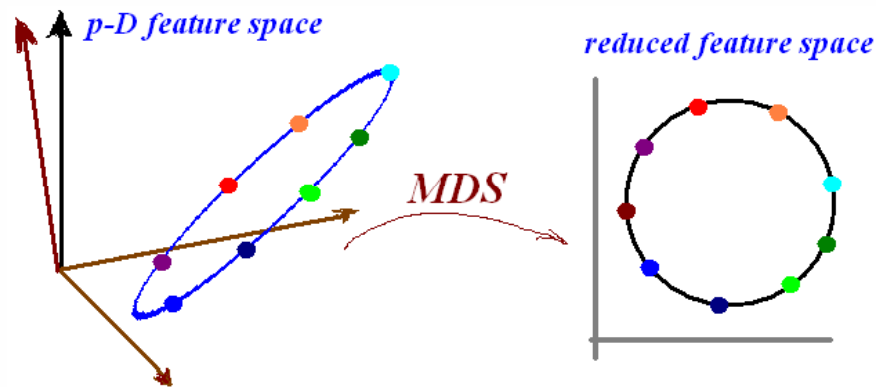
Atlanta	Chicago	Denver	Houston	Los Angeles	Miami	New York	San Francisco	Seattle	Washington, DC	
0	587	1212	701	1936	604	748	2139	2182	543	Atlanta
587	0	920	940	1745	1188	713	1858	1737	597	Chicago
1212	920	0	879	831	1726	1631	949	1021	1494	Denver
701	940	879	0	1374	968	1420	1645	1891	1220	Houston
1936	1745	831	1374	0	2339	2451	347	959	2300	Los Angeles
604	1188	1726	968	2339	0	1092	2594	2734	923	Miami
748	713	1631	1420	2451	1092	0	2571	2408	205	New York
2139	1858	949	1645	347	2594	2571	0	678	2442	San Francisco
2182	1737	1021	1891	959	2734	2408	678	0	2329	Seattle
543	597	1494	1220	2300	923	205	2442	2329	0	Washington, DC

- **Αποτέλεσμα:** μια 2D προβολή των αντικειμένων, όπου είναι εμφανείς οι γειτονικές συσχετίσεις / τάσεις για ομαδοποίηση.



Multidimensional Scaling (MDS)

- Κατηγορίες: **Metric** vs. **Nonmetric** MDS
 - **Metric MDS**: εφαρμόζεται για ανάλυση ιδιοδιανυσμάτων και έχει αναλυτική επίλυση
 - **Nonmetric MDS**: ο αλγόριθμος είναι επαναληπτικός (από τη φύση του) και υπολογιστικά πολύπλοκος, αλλά συνήθως πιο αποτελεσματικός από τον μετρικό.



Τα στοιχεία σε πιθανώς μη-Ευκλείδειο χώρο

Τα σημεία δεδομένων σε Ευκλείδειο χώρο χαμηλής διάστασης

Metric (κλασσικό) MDS

- Θεωρούμε N p -διαστάσεων δεδομένα:

$$X_{[N \times p]}^{data} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [x_1(1), x_1(2), \dots, x_1(p)] \\ [x_2(1), x_2(2), \dots, x_2(p)] \\ \vdots \\ [x_N(1), x_N(2), \dots, x_N(p)] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1p} \\ x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2p} \\ \vdots \\ x_{N1}, x_{N2}, \dots, x_{Np} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{11}, x_{21}, \dots, x_{1p} \\ x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2p} \\ \vdots \\ x_{N1}, x_{N2}, \dots, x_{Np} \end{pmatrix}$$

- Υπολογίζουμε τον πίνακα αποστάσεων D των δεδομένων

$$D_{[N \times p]} = \begin{pmatrix} 0 & d(1,2) & d(1,3) & \dots & d(1,N) \\ d(2,1) & 0 & d(2,3) & \dots & d(2,N) \\ d(3,1) & d(3,2) & 0 & \dots & d(3,N) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d(N,1) & d(N,2) & d(N,3) & \dots & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & D_{12} & D_{13} & \dots & D_{1N} \\ D_{21} & 0 & D_{23} & \dots & D_{2N} \\ D_{31} & D_{32} & 0 & \dots & D_{3N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ D_{N1} & D_{N2} & D_{N3} & \dots & 0 \end{pmatrix}$$

(i) Negation: $A_{[N \times N]} = -D_{[N \times N]}$

(ii) Centering: $B_{ij} = A_{ij} - \underline{A}_i - \underline{A}_j + \underline{A}$.

(iii) Eigenanalysis of B : Υπολογίζονται οι πρώτες r χαρακτηριστικές ρίζες l_1, l_2, \dots, l_r και τα αντίστοιχα διανύσματα $v_1 [N \times 1], v_2, \dots, v_r$

Metric (κλασσικό) MDS

(iv) Normalization of v_i : προκύπτει ο $[N \times r]$ πίνακας $V_{[N \times r]} = [v_1 \ v_2 \ \dots \ v_r]$

(v) Έξοδος: η i -th γραμμή του πίνακα περιέχει τις συντεταγμένες του i -th σημείου στο νέο χώρο r -διαστάσεων ($r = 1, 2$ ή 3) :

$$V_{[N \times r]} = X_{[N \times r]}^{\text{data}} = \begin{pmatrix} \chi_1 \\ \chi_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \chi_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \chi_{11}, \chi_{12}, \dots, \chi_{1r} \\ \chi_{21}, \chi_{22}, \dots, \chi_{2r} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \chi_{N1}, \chi_{N2}, \dots, \chi_{Nr} \end{pmatrix} = \begin{matrix} \text{ΠΙΝΑΚΑΣ} \\ \text{ΣΗΜΕΙΩΝ} \end{matrix} \begin{pmatrix} \chi_{11}, \chi_{12}, \dots, \chi_{1r} \\ \chi_{21}, \chi_{22}, \dots, \chi_{2r} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \chi_{N1}, \chi_{N2}, \dots, \chi_{Nr} \end{pmatrix}$$

(iv) Η κανονικοποιημένη συνολική διαφορά, ως μέτρο ακρίβειας της διαδικασίας

$$\text{Stress} = \frac{\sum_{i < j} |\sqrt{D_{ij}} - \sqrt{\Delta_{ij}}|}{\sum_{i < j} \sqrt{D_{ij}}}$$

όπου Δ είναι ο πίνακας με τις αποστάσεις μεταξύ των σημείων $\Delta_{ij} = (\chi_i - \chi_j) \big|_{L_2}$ στο νέο χώρο.

Απεικονίσεις Χαμηλής Διάστασης

- Ευφυής Διαχείριση Βάσεων Δεδομένων
- Ομαδοποίηση παρόμοιων κατηγοριών

