

# **Ψηφιακές Διαμορφώσεις**

**Μεταπτυχιακό Πρόγραμμα  
Τμήμα Φυσικής Πανεπιστημίου Πατρών**

**ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗ ΚΑΙ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΤΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ**

*Αθανάσιος Νασιόπουλος  
Καθηγητής, Τμήμα Ηλεκτρονικής, ΣΤΕΦ, ΤΕΙ Αθήνας*

*Πάτρα 6 / 2007*

# Περιεχόμενα

- Εισαγωγή στα συστήματα επικοινωνιών.
- Σήμα και δίαυλος επικοινωνίας.
- Δειγματοληψία και Κωδικοποίηση της πληροφορίας.
- Η ανάγκη της διαμόρφωσης. Γενική θεώρηση.
- Δυαδικές και m-δικες Ψηφιακές διαμορφώσεις.
- Κριτήρια επιλογών.
- Διαμορφώσεις ευρυζωνικών επικοινωνιών.
- Σύγχρονες τάσεις στην υλοποίηση.
  
- Διαμορφώσεις Διάχυτου Φάσματος (Spread Spectrum)
- Θόρυβος / Απόδοση / Σύγκριση

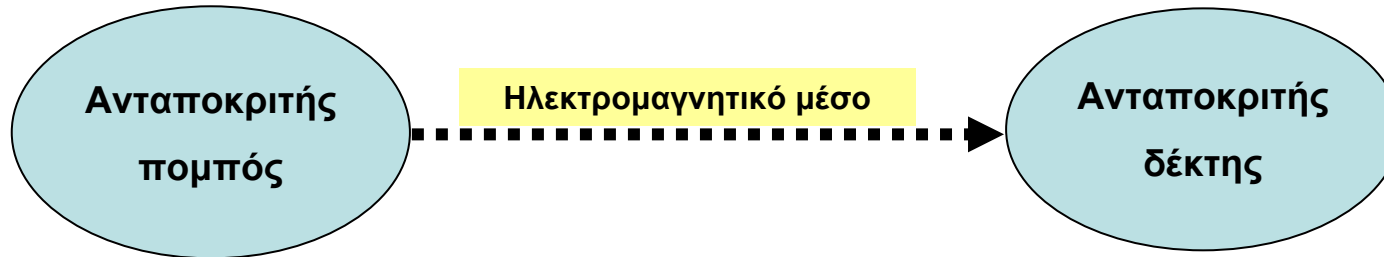
# Βιβλιογραφία

- **Introduction to Communications Systems**  
**Ferrel G. Stemler**  
**Addison Wesley**
- **Telecommunication Systems**  
**John Proakis, Masoud Salehi**  
**Prentice Hall Inc.**
- **Electronic Communication Techniques**  
**P.H. Young, Prentice Hall, 1998**
- **Introduction to Spread Spectrum Communication**  
**Roger Peterson, Rodger Ziemer, D. Borth, Prentice Hall Inc.**
- **Data Communications for Engineers**  
**Michel Duck, Peter Bishop, Richard Reael, Addison Wesley Company**

- **Στις τηλεπικοινωνίες ο όρος ‘Διαμόρφωση’ αναφέρεται στην διαδικασία προετοιμασίας του Σήματος της Πληροφορίας και της προσαρμογής του στο διαθέσιμο ηλεκτρομαγνητικό μέσο – ‘τον Τηλεπικοινωνιακό Δίαυλο’.**

- **Το στάδιο της διαμόρφωσης αποτελεί το ουσιαστικότερο τμήμα κάθε Τηλεπικοινωνιακού Συστήματος.**

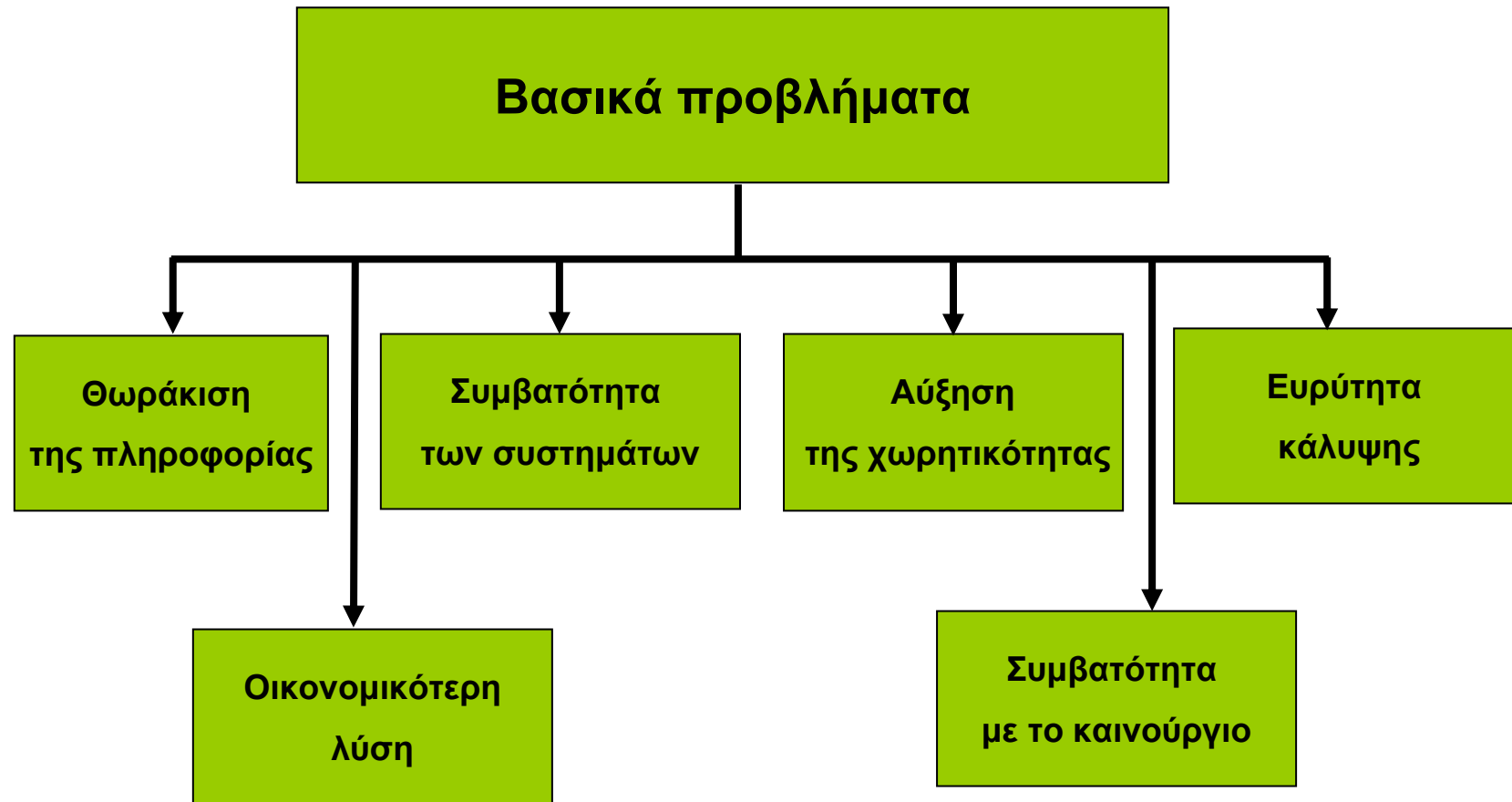
## Σχεδιάζοντας ένα σύστημα επικοινωνιών



Παράμετροι που επηρεάζουν την σύλληψη και τον σχεδιασμό ενός Τηλεπικοινωνιακού Συστήματος:

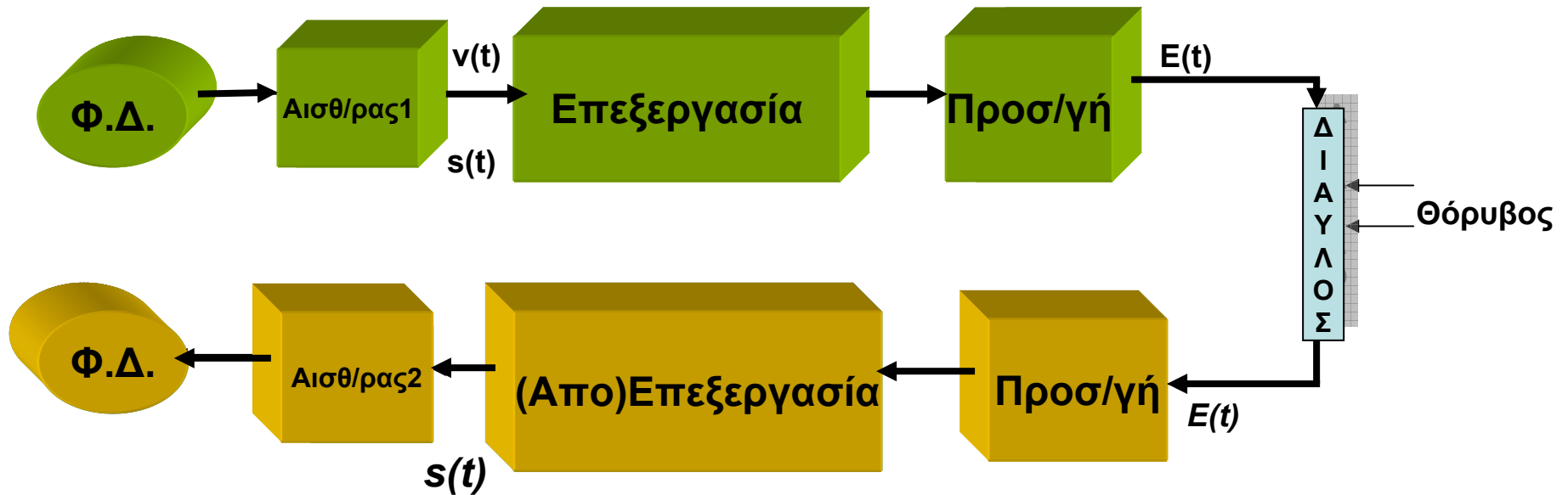
- Η φύση του μηνύματος (σήματος πληροφορίας).
- Η φύση του Ηλεκτρομαγνητικού μέσου.
- Το πλήθος των ανταποκριτών (συγκεκριμένοι, τυχαίοι).
- Κατευθυντικότητα του μηνύματος.
- Αμφίδρομη ή μονόδρομη επικοινωνία.
- Η συνύπαρξη με άλλα συστήματα.

Βασικός στόχος των τηλεπικοινωνιών είναι η αξιόπιστη επικοινωνία σε μη ελεγχόμενο και δυσμενές περιβάλλον.



# Σχεδιάζοντας ένα Σύστημα Επικοινωνιών....

*Το τηλεπικοινωνιακό σύστημα είναι ένα ηλεκτρονικό σύστημα.*



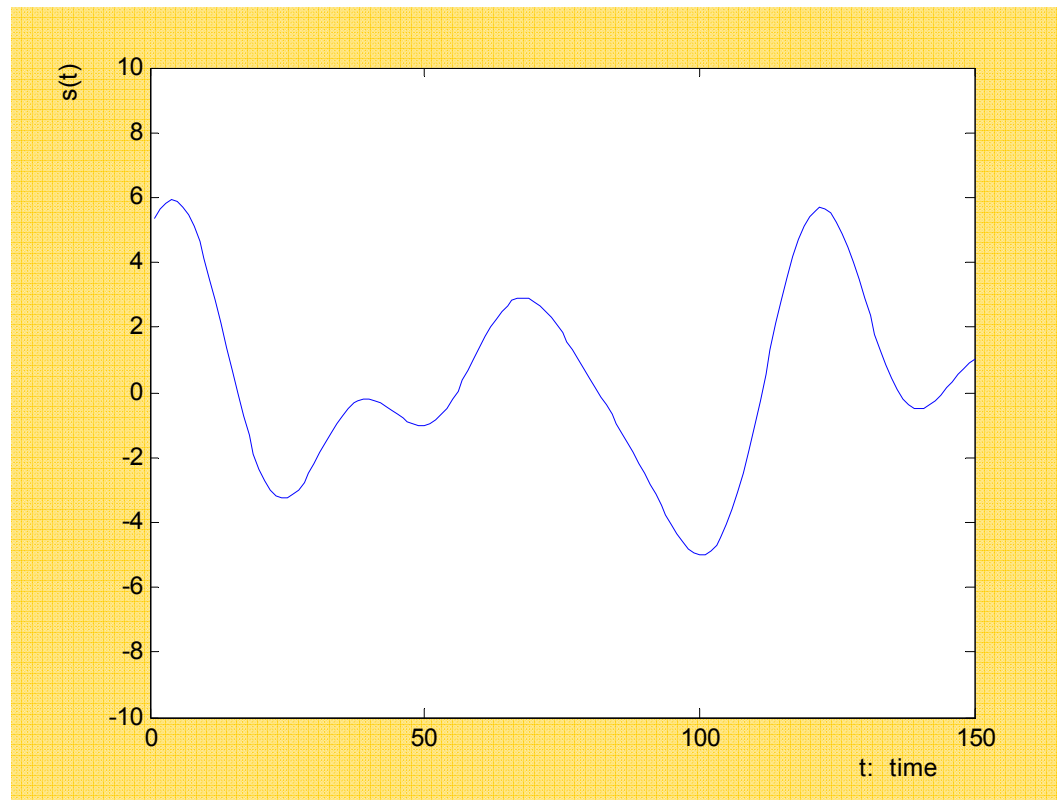
- Η πληροφορία δεν προέρχεται από τον χώρο της ηλεκτρονικής.
- Απαιτείται μετατροπή του Φυσικού Δεδομένου σε 'ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΣΗΜΑ' και
- Στη συνέχεια προσαρμογή του στο διαθέσιμο ηλεκτρομαγνητικό μέσο.

## Οι πρωταγωνιστές στο Τηλεπικοινωνιακό Σύστημα:

- $s(t)$  : Το σήμα της πληροφορίας ή ΒΑΣΙΚΟ ΣΗΜΑ.
- $E(t)$ : Το σήμα 'αχθοφόρος' ή ΦΕΡΟΝ ΣΗΜΑ.
- Το βασικό σήμα δεν είναι άμεσα μεταδόσιμο για πολλούς λόγους.



# Το βασικό σήμα



- Είναι συνεχής συνάρτηση του χρόνου:  **$s(t)$**
- Χαρακτηρίζεται από την δυναμική του: **Ένταση / Πλάτος / ΙΣΧΥΣ**
- Χαρακτηρίζεται επίσης από τον τρόπο και τον ρυθμό μεταβολής του: **Συχνότητα / ΦΑΣΜΑ**

➤ Παραδείγματα:

Ήχος / Φωνή / Μουσική / Σήμα Video / Θερμοκρασιακές μεταβολές ενός χώρου κλπ.

## Φάσμα του Βασικού Σήματος.....

Περιοδικό Σήμα: 
$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \vec{X}_n e^{j\omega_n t} = \sum_{n=1}^{\infty} |2X_n| \cos(\omega_n t + \phi_n)$$

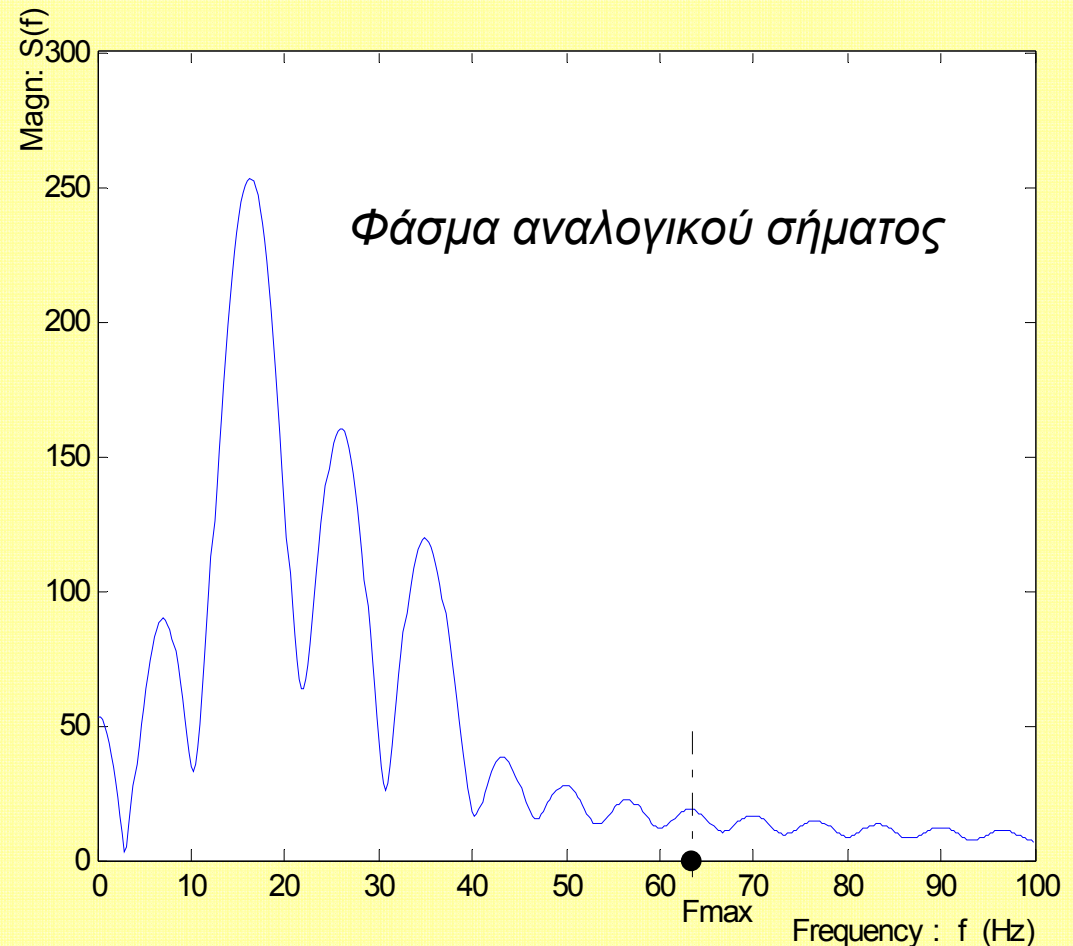
με: 
$$\vec{X}_n = \frac{1}{T} \int x(t) e^{-j\omega_n t} dt$$

και: 
$$\omega_n = n\omega_0$$

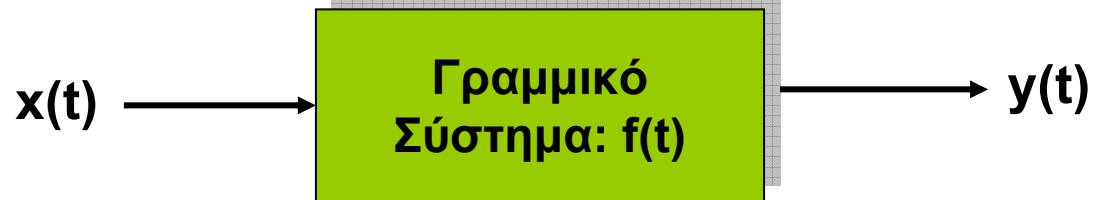
Μη Περιοδικό Σήμα:

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{X}(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

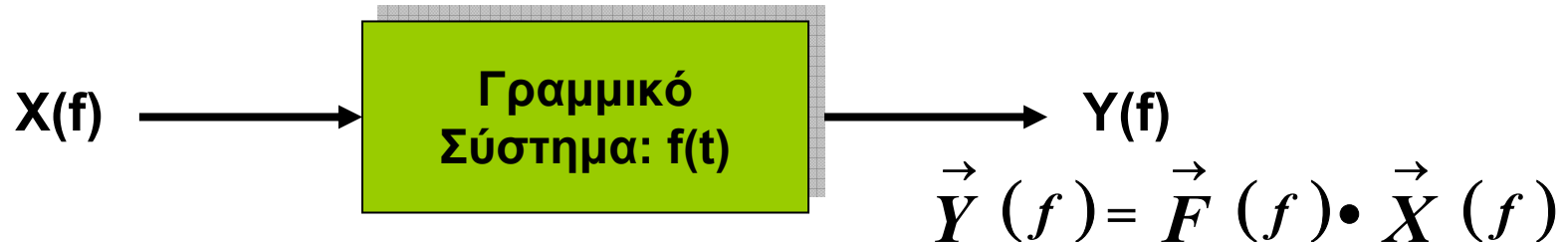
με: 
$$\vec{X}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt$$



## Το ενδιαφέρον της ανάλυσης Fourier του Βασικού Σήματος...



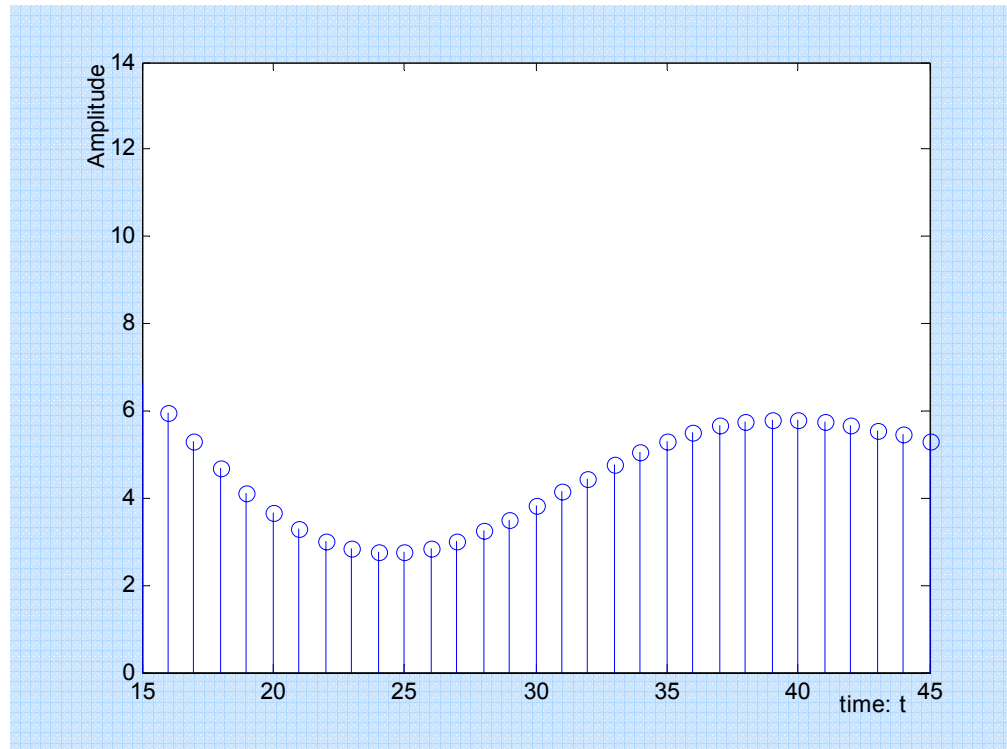
Συνέλιξη:  $y(t) = \int x(\tau) \cdot f(t - \tau) d\tau$  ,  $y(t) = x(t) * f(t)$



- Σε ένα σύνθετο σύστημα είναι σημαντικό να γνωρίζουμε το ΦΑΣΜΑ (ιδιαίτερα το εύρος φάσματος) των σημάτων σε κάθε στάδιο επεξεργασίας.

## Σήματα διακριτού χρόνου.....

- Μαθηματικά προσεγγίζονται από ασυνεχείς συναρτήσεις.
- Η τιμή τους ορίζεται σε συγκεκριμένες χρονικές στιγμές.

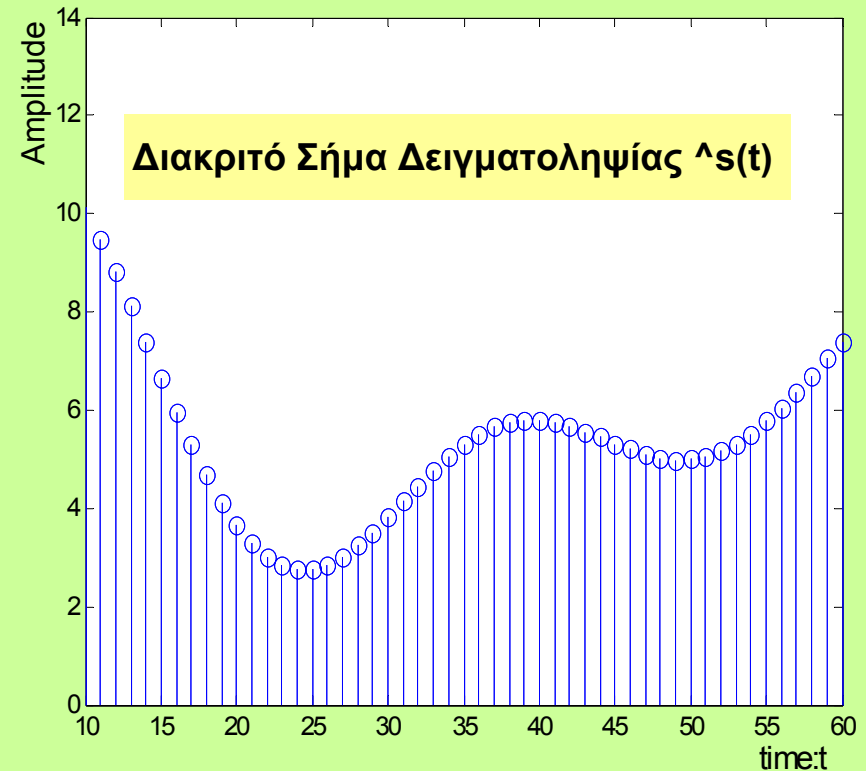


➤ Χαρακτηρίζονται από Ένταση – Ισχύ – και Φάσμα.

➤ Παραδείγματα:

Ο μέσος όρος των βαθμών των μαθητών ανά εξάμηνο, η θερμοκρασία ενός χώρου ανά μια ώρα, το χρώμα των αυτοκινήτων που περνούν στο δρόμο, ο γραπτός λόγος κλπ.

# Από το Βασικό Αναλογικό Σήμα στο Διακριτό (Ψηφιακό) Σήμα.



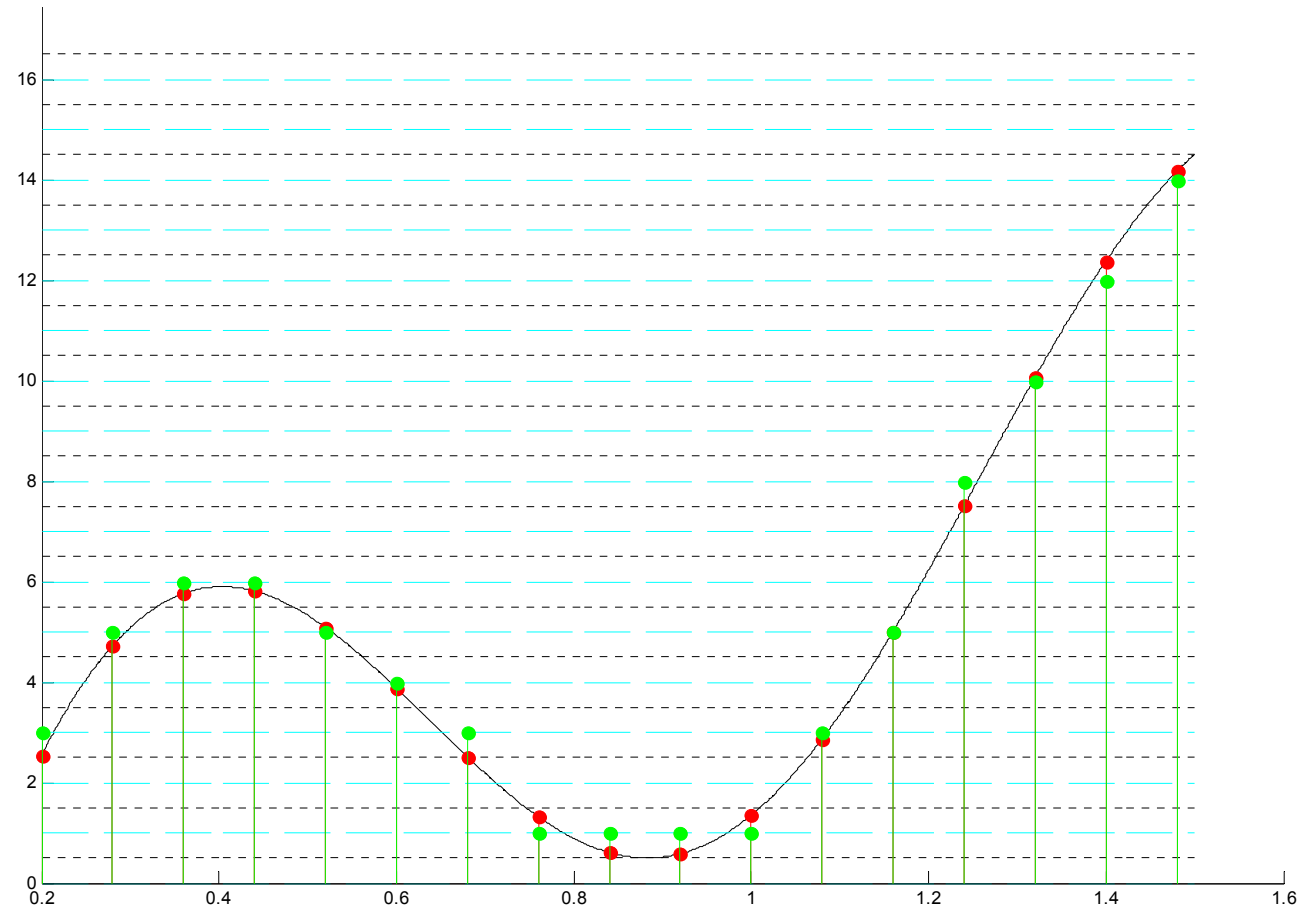
Θεώρημα του Shannon:

Αν

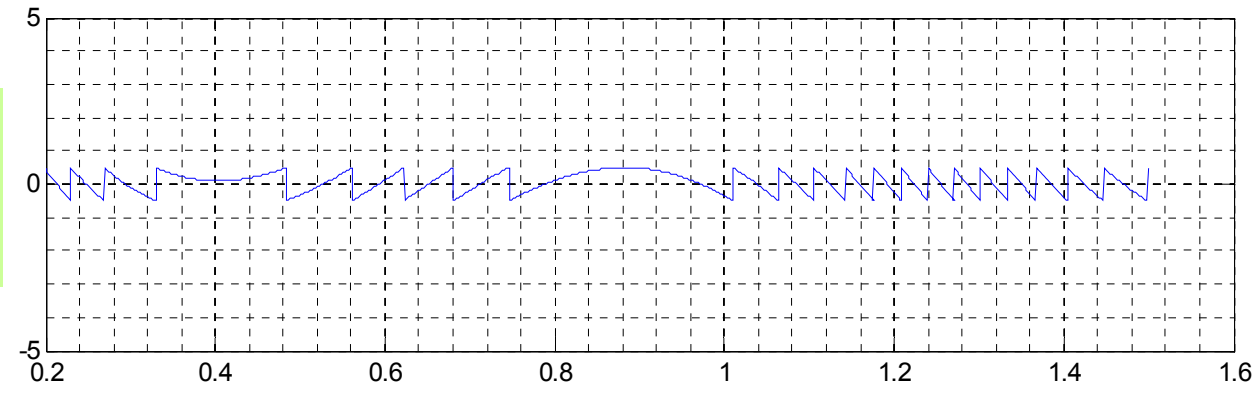
$$f_{\delta} = \frac{1}{T_{\delta}} \geq 2 F_{\max}$$

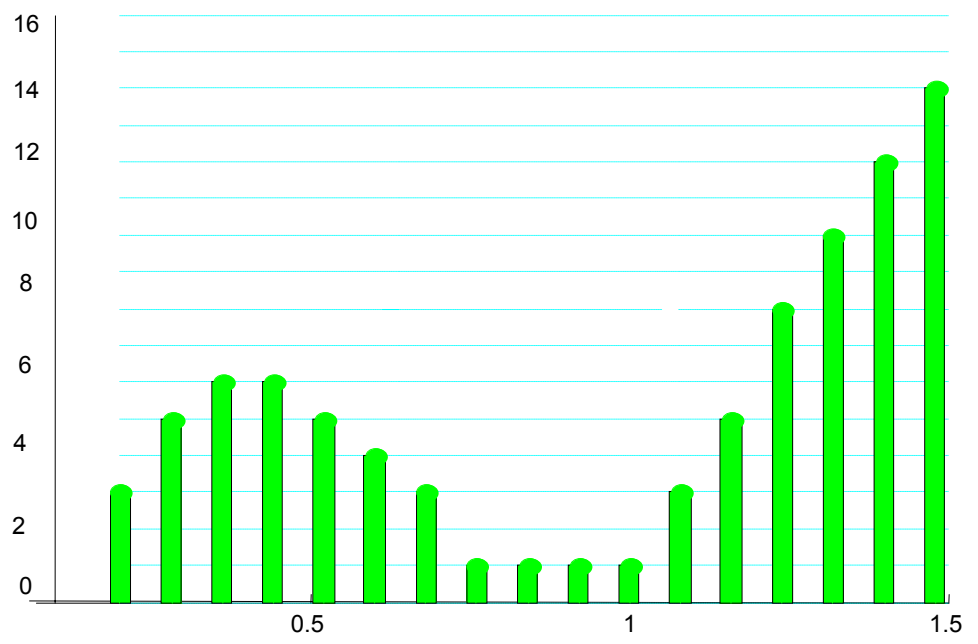
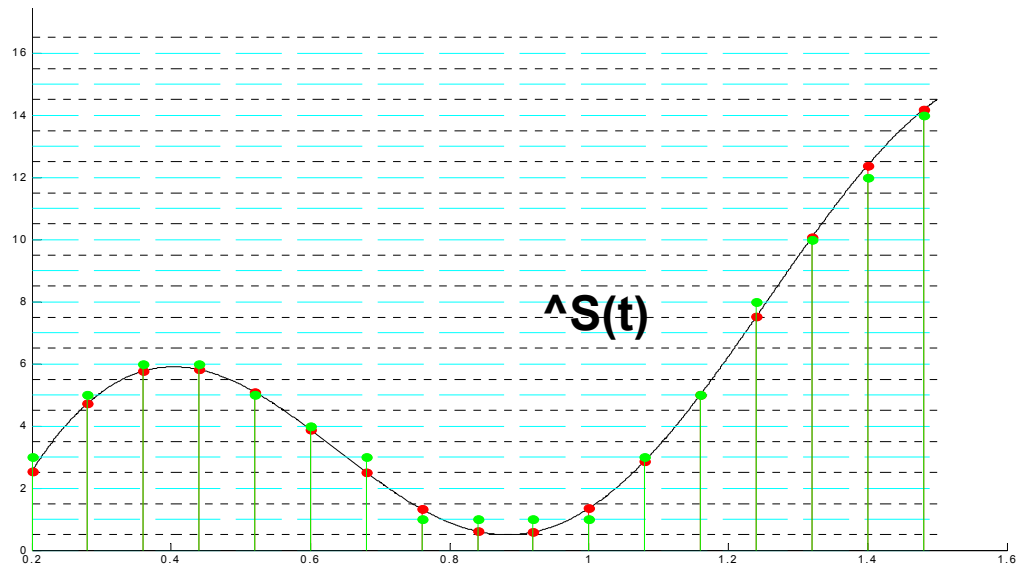
$f_{\delta}$  η συχνότητα δειγματοληψίας, το σήμα  $s(t)$  αντικαθίσταται χωρίς απώλεια πληροφορίας από το  $\hat{s}(t)$ .

# Δειγματοληψία – Κβάντιση – Θόρυβος Κβάντισης



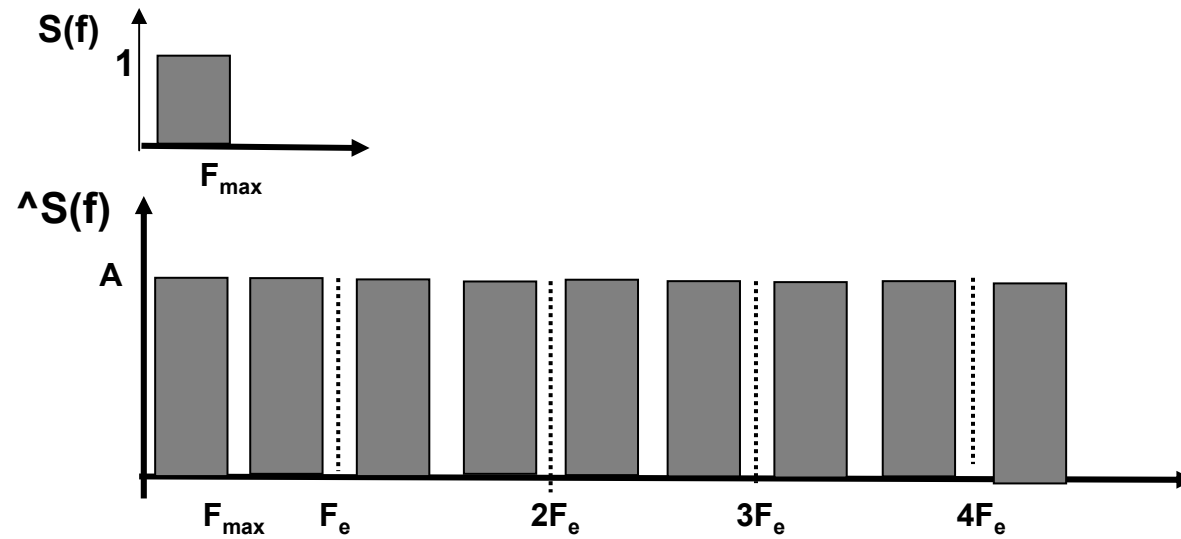
**Θόρυβος Κβάντισης**  
 $N = q^2 / 12$   
 $q$  το βήμα κβάντισης



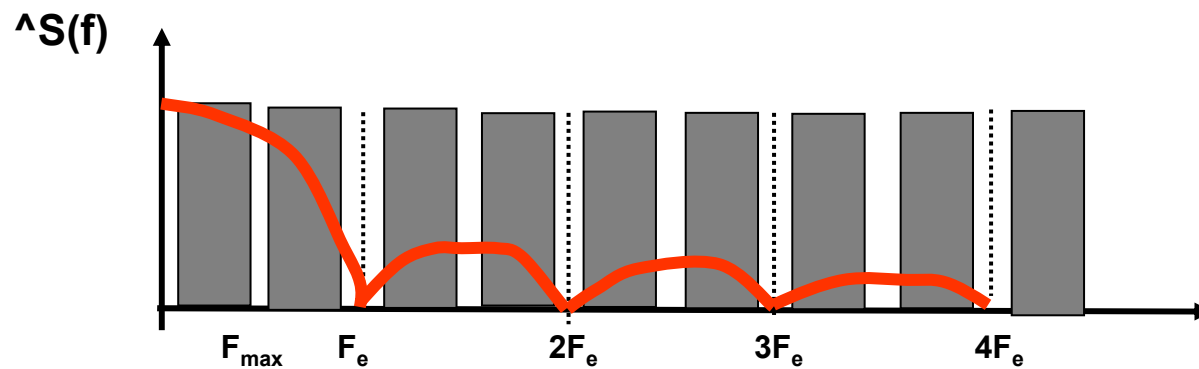


# Φάσμα σήματος από δειγματοληψία

Ιδανική δειγματοληψία:

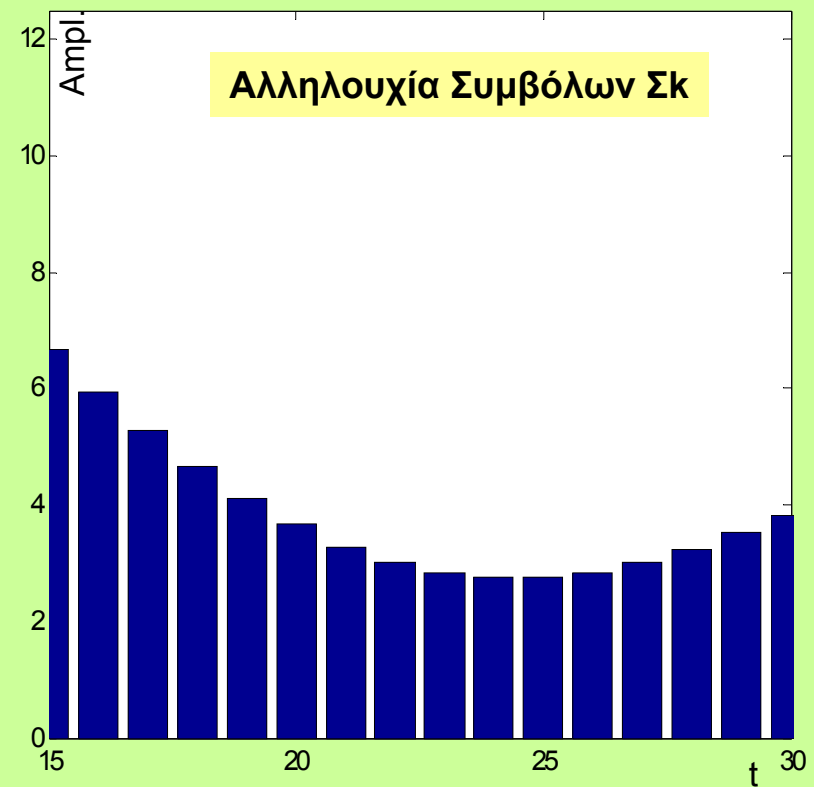
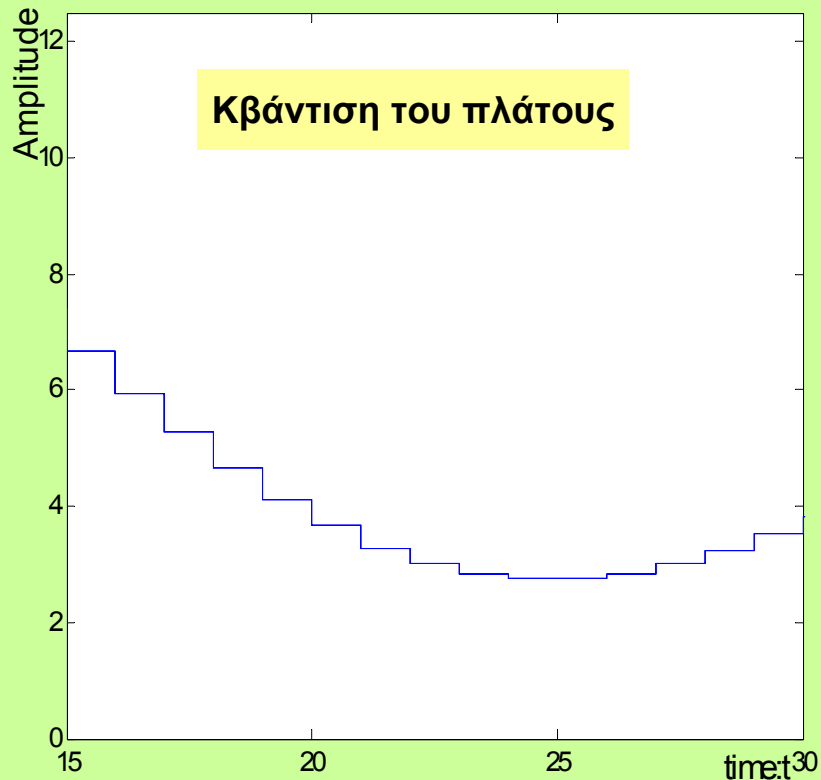


Με παλμούς διάρκειας  $\tau = 1/f_e$





# Δειγματοληψία του $s(t)$ – Κβάντιση – Διακριτά Σύμβολα $S_k$



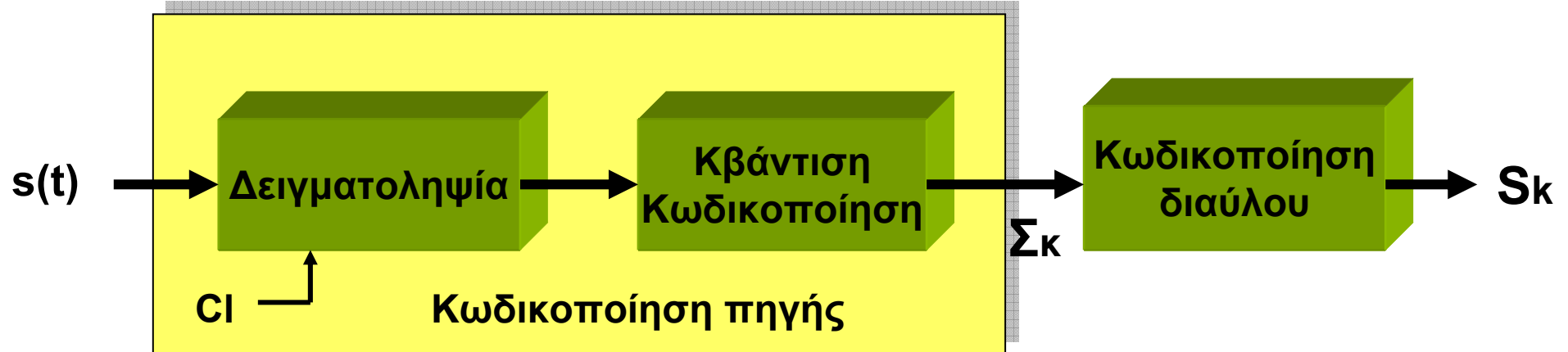
Με αυτή την διαδικασία ουσιαστικά ορίζεται το σύνολο των διαφορετικών καταστάσεων στις οποίες μπορεί να βρεθεί η πηγή της πληροφορίας.

- Διαθέτουμε λοιπόν μια πηγή πληροφορίας (συνεχών ή διακριτών καταστάσεων).
  - Πρέπει να την υλοποιήσουμε
  - Θα υποστεί ταλαιπωρία στην μετάδοση.
  - Αναζητείται ο καλύτερος τρόπος θωράκισής της και προσαρμογή της στο μέσο μετάδοσης.

Η προσπάθεια μαθηματικής ανάλυσης ανέδειξε τρεις περιοχές μελέτης:

- **Θεωρία της πληροφορίας**  
(διερευνά τα θεωρητικά όρια των επικοινωνιών / Θεωρία των Πιθανοτήτων).
- **Θεωρία της κωδικοποίησης**  
(αναζητά τους τρόπους υλοποίησης ώστε να προσεγγίσουμε καλύτερα τα θεωρητικά όρια / απλές έξυπνες μαθηματικές δομές).
- **Προσαρμογή στο διαθέσιμο μέσο μετάδοσης**  
(μελετά τις συνθήκες 'ταξιδιού' της πληροφορίας ώστε η συνολική απόδοση του συστήματος να είναι η βέλτιστη: ταχύτητα, συμβατότητα, ελάχιστη απαίτηση σε ισχύ).

## Υλοποίηση της διαδικασίας...

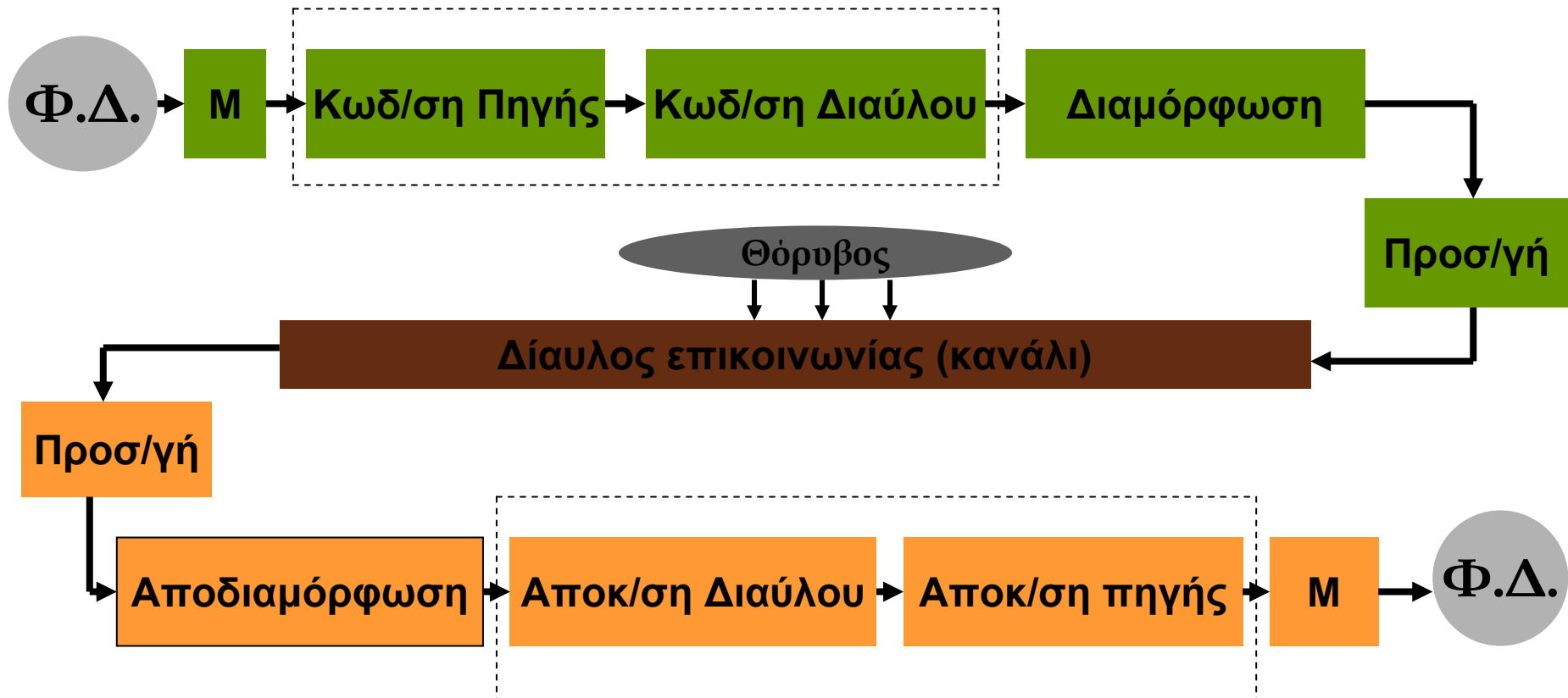


Συμπερασματικά:

- Κωδικοποίηση πηγής = τρόπος παράστασης της στάθμης του συμβόλου.  
Παράδειγμα :  $s(t)=5 \text{ V}$                        $\Sigma_k = \mathbf{0101}$
- Κωδικοποίηση καναλιού = Τρόπος υλοποίησης του συμβόλου. Διόρθωση λαθών
  - Μονοπολικό, NRZ, Manchester
  - Παράδειγμα:  $S_k = \mathbf{'0101 0'}$  (με bit parity)

➤ **Κριτήρια κωδικοποίησης καναλιού:** Ελαχιστοποίηση ενέργειας, χρονισμός ρολογιού, διόρθωση λαθών κλπ.

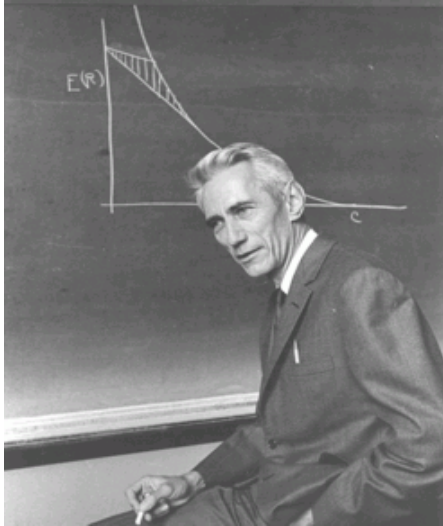
# Απομυθοποίηση του Τηλ/κού Συστήματος σε γενικό διάγραμμα....



➤ *Αναλογικά / Ψηφιακά*

## Θεωρία του Shannon

*‘Αρκεί να μεταδίδεται η πληροφορία που είναι απαραίτητη’*



*Claude Shannon*  
1916-2001



*Richard Hamming*  
1916-1998

- Εντροπία της πληροφορίας
- Ιδανικός και μη ιδανικός δίαυλος επικοινωνιών
- Συμπύεση των δεδομένων
- Κωδικοποίηση της πληροφορίας

## Εντροπία της πηγής της πληροφορίας

### Πηγή Μ διακριτών καταστάσεων

- Η ποσότητα πληροφορίας  $H_k$  που διαθέτει η κατάσταση Κ συσχετίζεται με την πιθανότητα  $p_k$  εμφάνισης της:

$$H_k = \log_2\left(\frac{1}{p_k}\right)$$

- Όσο μικρότερο είναι το  $p_k$  τόσο πιο μεγάλο είναι το  $H_k$
- Όταν  $p_k = 1$  (η μεγαλύτερη τιμή)  $\longrightarrow H_k = 0$

➤ Εντροπία της πηγής:  $H = \overline{H}_k$

Δηλαδή:  $H = \sum p_k \cdot H_k = \sum p_k \log_2\left(\frac{1}{p_k}\right)$

Διερεύνηση:  $H = H_{\max}$  όπου  $p_k = \frac{1}{M}$

## ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

- Αν τα γράμματα του ελληνικού αλφάβητου (24 + 1κενό) στο γραπτό λόγο εμφανίζονται με την ίδια πιθανότητα:

$$p_k = \frac{1}{25} \Rightarrow H_k = \log_2 25 = 4.65 \text{ bits}$$

$$\Rightarrow H = \sum_{25} \frac{1}{25} \log_2 25 = \log_2 25 = 4.65 \text{ bits}$$

- Η ποσότητα πληροφορίας μιας λέξης  $m$  γραμμάτων:

$$I = m \cdot \log_2 25 = 4.65 \cdot m (\text{bit})$$

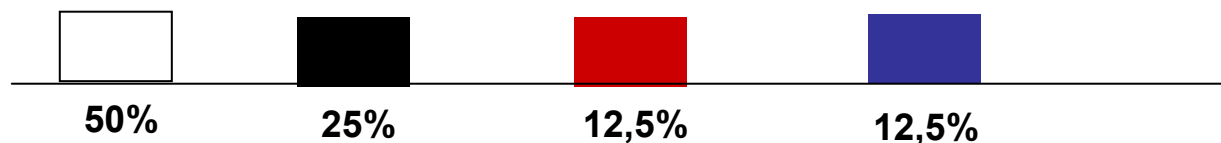
- Ποια από τις δύο φράσεις μεταφέρει μεγαλύτερη πληροφορία:
  - Θα βρέξει στην έρημο.
  - Δεν θα βρέξει στην έρημο

└───▶ Προφανώς η πρώτη

Η θεωρία της Εντροπίας έχει άμεση συνέπεια στον τρόπο με τον οποίο θα κωδικοποιήσουμε την πληροφορία. Φαίνεται προφανές:

- *Απλός κώδικας να χρησιμοποιηθεί για την κατάσταση με μικρή πληροφορία, δηλαδή αυτή που εμφανίζεται συχνά.*
- *Δυσκολότερος κώδικας για την κατάσταση με μεγάλη πληροφορία, δηλαδή αυτή που εμφανίζεται σπανιότερα.*

Παράδειγμα: Έστω ότι αυτοκίνητα διαφορετικού χρώματος περνούν με την συχνότητα που σημειώνεται. Η πηγή πληροφοριών είναι τεσσάρων καταστάσεων.



- Ο απλούστερος τρόπος κωδικοποίησης είναι οι τέσσερις καταστάσεις να αντιστοιχηθούν σε δύο δυαδικά σύμβολα:

Άσπρο: 00  
Μαύρο : 01  
Κόκκινο: 10  
Μπλε: 11

**ΜΕΣΗ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑ ΑΝΑ ΧΡΩΜΑ:  $(1/2) \cdot 2 + (1/4) \cdot 2 + (1/8) \cdot 2 + (1/8) \cdot 2 = 2 \text{ bits}$**

- Πιο έξυπνη αποδεικνύεται η κωδικοποίηση:

Άσπρο: 0  
Μαύρο : 10  
Κόκκινο: 110  
Μπλε: 111

**ΜΕΣΗ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑ ΑΝΑ ΧΡΩΜΑ: 1,75 bits**



## Κωδικοποίησης συνέχεια.....

- Ο Morse είχε την διαίσθηση και εφάρμοσε αυτούς τους κανόνες.

A = - —

E = -

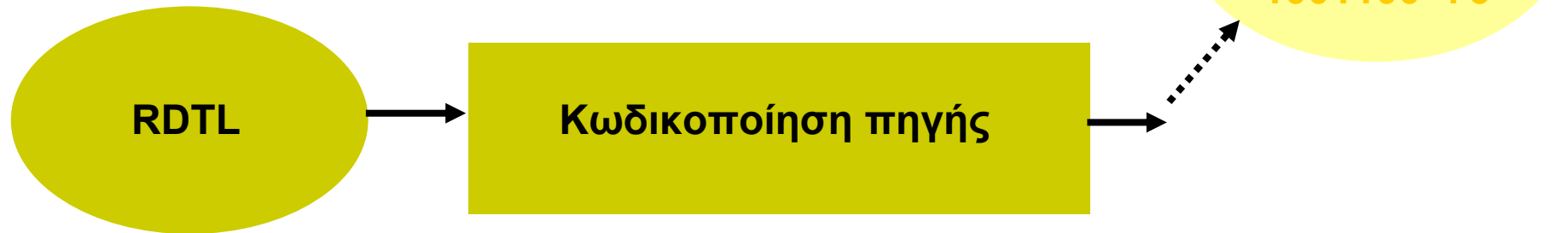
Υ = - — — —

- Στις σύνθετες εφαρμογές και όταν ο αριθμός των καταστάσεων είναι μεγάλος δεν είναι προφανής η επιλογή του βέλτιστου κώδικα.
- Αυτό που προβλέπεται από την θεωρία είναι τα κριτήρια απόδοσης της κωδικοποίησης.

*...ως τώρα αναφερθήκαμε στην κωδικοποίηση πηγής....*

Παράδειγμα:

RDTL = 1010010100010010101001001100  
(σε κώδικα ASCII που χρησιμοποιεί 7 bits)



- Τα σύμβολα αυτά είναι η κωδικοποιημένη πληροφορία της πηγής διαθέσιμη για μετάδοση - **όμως απροστάτευτη !!!**
- Η κωδικοποίηση καναλιού που θα ακολουθήσει στοχεύει να **θωρακίσει την πληροφορία από την επίθεση του θορύβου. Επιπλέον να προβλέψει τα ενδεχόμενα λάθη που θα προκύψουν και να διορθώσει το τελικό αποτέλεσμα στον δέκτη.**

↳ Από εδώ και πέρα είναι θέμα τέχνης και εμπνευσης

## Ιδανικός Δίαυλος Επικοινωνιών (DNC: Discrete Noiseless Channel)

### Αντί ορισμού:

- Μεταφέρει αλάνθαστα την πληροφορία
- Έχει άπειρη χωρητικότητα (ταχύτητα πληροφορίας).
- Η πηγή επιβάλλει την ταχύτητα μετάδοσης στο τηλεπικοινωνιακό σύστημα.  
Αν  $T$  χρόνος κάθε συμβόλου τότε για πηγή  $M$  διακριτών συμβόλων, η χωρητικότητα  $C$ :

$$C = (1/T)\log_2 M$$

### Χαρακτηρίζεται:

- Έλλειψη θορύβου
- Άπειρο εύρος ζώνης
- Τέτοιος διάυλος δεν υπάρχει

## Μη ιδανικός τηλεπικοινωνιακός δίαυλος

### Χαρακτηρίζεται:

- Από θόρυβο
- Έχει περιορισμένο εύρος ζώνης
- Περιορίζει τις διακριτές καταστάσεις που μπορεί να βρεθεί

>>> Ως μοντέλο μελέτης εκλαμβάνεται ο ο δίαυλος με λευκό Gaussian Θόρυβο (AWGN: Additive White Gaussian Noise channel)

### Προκαλεί:

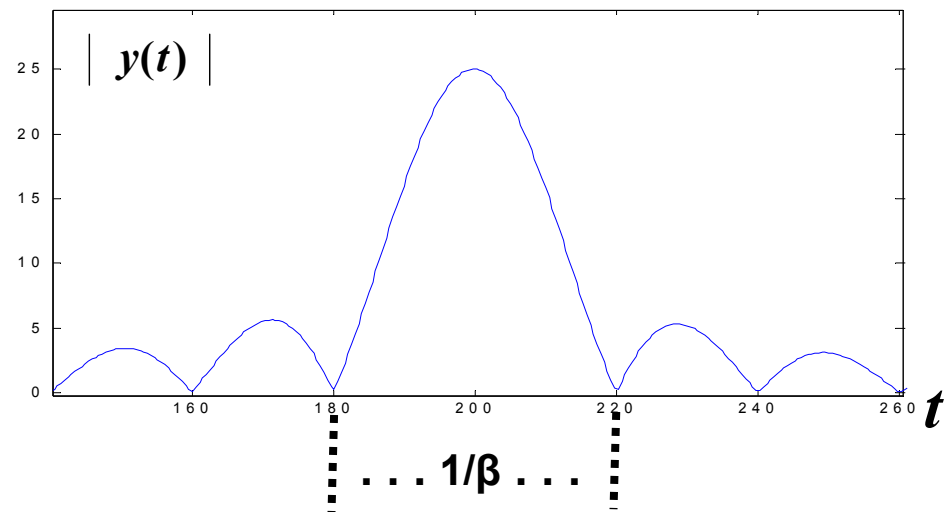
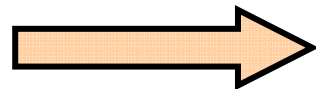
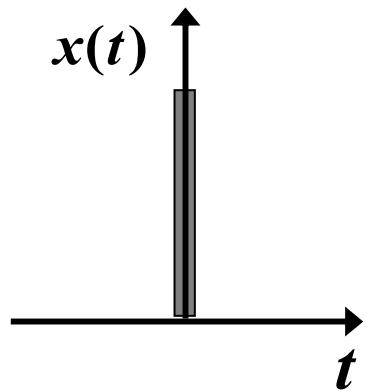
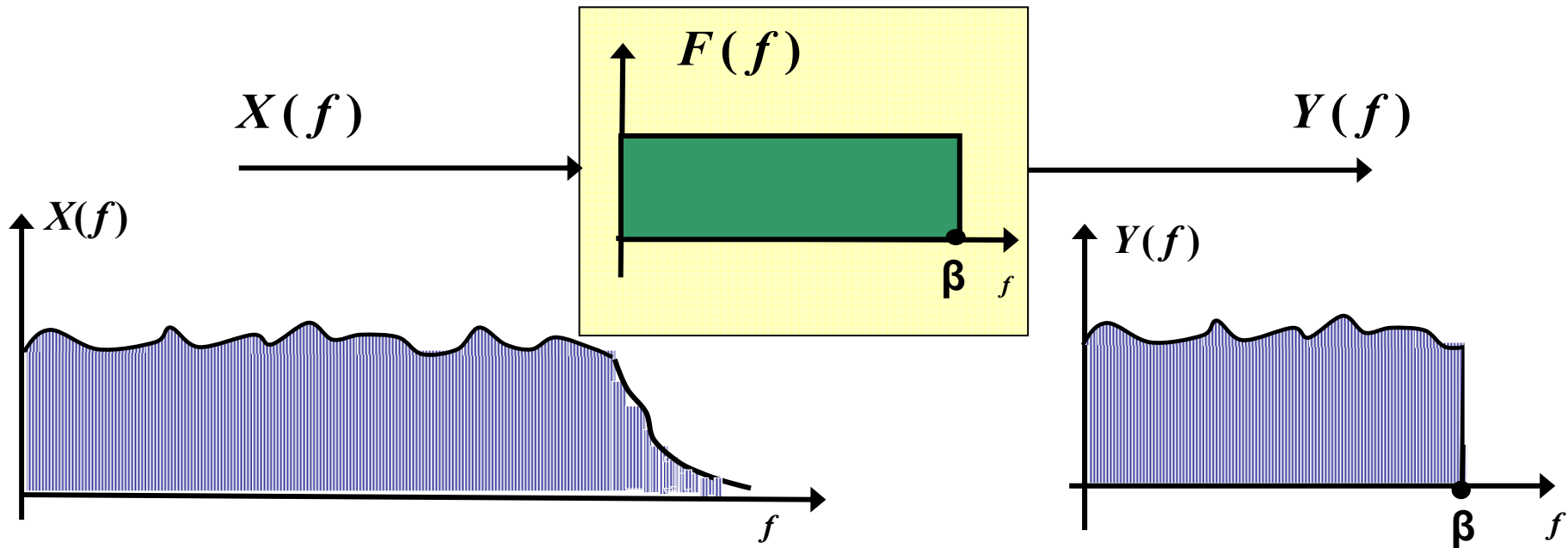
- Παραμόρφωση των σημάτων
- Λάθη στην μετάδοση άρα αλλοίωση της λαμβανόμενης πληροφορίας
- Έχει περιορισμένη χωρητικότητα (ταχύτητα μετάδοσης)

>>> Απαιτήση αποκατάστασης και διόρθωσης της πληροφορίας στον δέκτη.

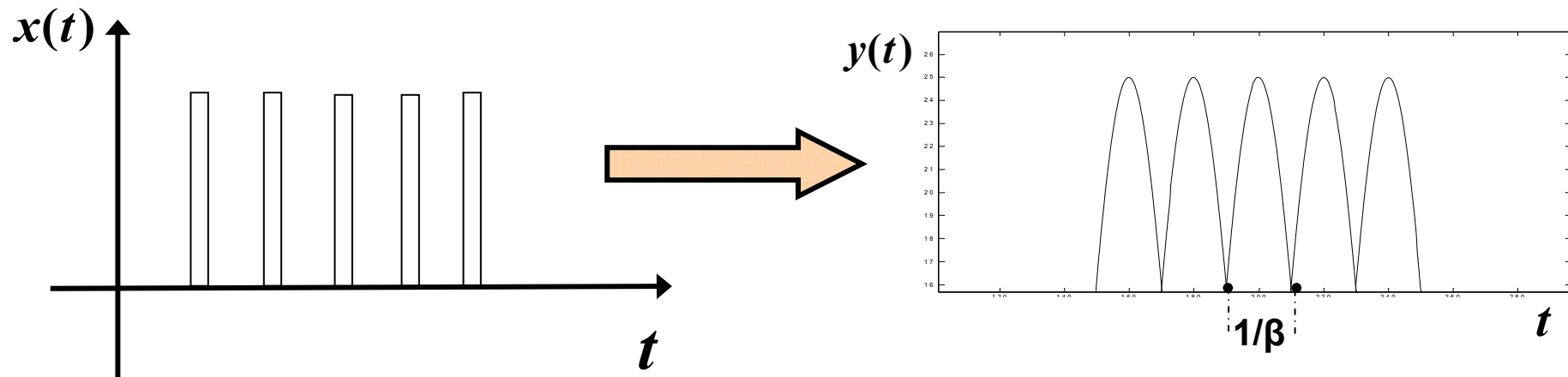
## Μετάδοση Βασικής Ζώνης

- Πρόκειται για την απ' ευθείας μετάδοση στον δίαυλο επικοινωνίας του βασικού σήματος  $s(t)$  ή των συμβόλων  $S_k$ .
- Περιορισμένες εφαρμογές:
  - Πρόβλημα προσαρμογής στον Τηλεπικοινωνιακό δίαυλο.
  - Πρόβλημα συνύπαρξης με άλλα ομοειδή σήματα.
  - Έντονη παραμόρφωση των σημάτων.
  - Δεν επιτρέπει πολυπλεξία.

# Παραμόρφωση των σημάτων λόγω περιορισμού του φάσματος



## Περιορισμός στην ταχύτητα εναλλαγής Συμβόλων

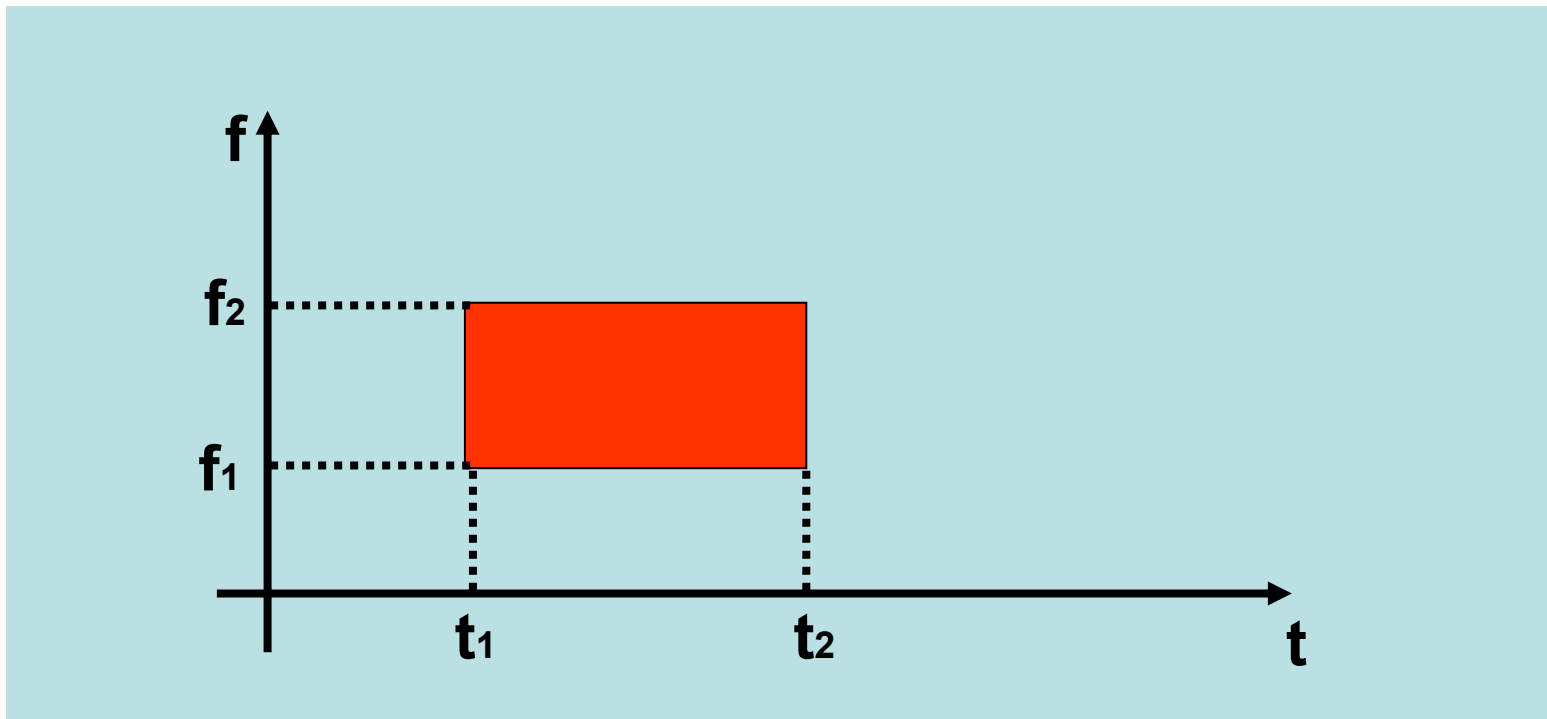


Άρα: Ταχύτητα ροής (Baud Rate) :  $R_S = \frac{1}{1/\beta} = \beta$  σύμβολο / sec

Παράδειγμα: Δίαυλος με:  $\beta = 1MHz \Rightarrow R_S = 1M \text{ symb /sec}$

➤ Με επικάλυψη των παλμών 50%:  $R_s \approx 2\beta$

**Το κάθε σήμα έχει την δική του περιοχή στο διάγραμμα  
Χρόνου - Συχνότητας**



- Περιορισμός στον χρόνο σημαίνει ασάφεια στο φάσμα.
- Περιορισμός στο φάσμα σημαίνει ασάφεια στον χρόνο.

(αρχή αβεβαιότητας .....)



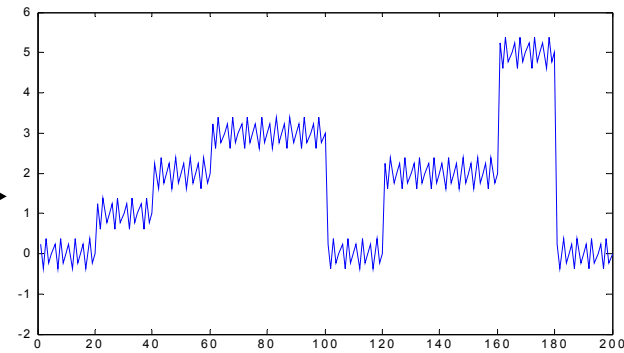
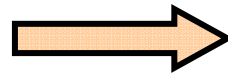
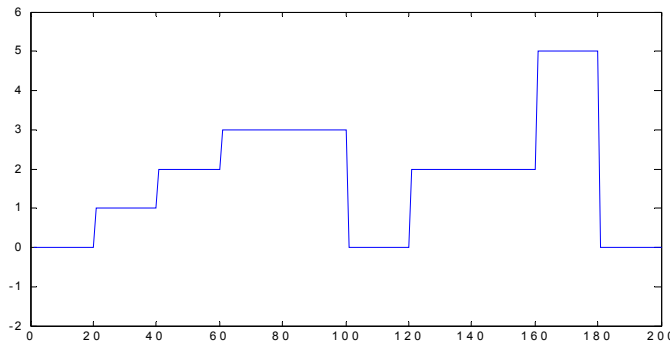
# Χωρητικότητα AWGN Διαύλου

- Λόγω περιορισμού του φάσματος:  $R_s \leq 2B$
- Λόγω θορύβου περιορισμός στις στάθμες κβάντισης

- Αριθμός διακριτών συμβόλων:

$$M = \left(1 + \frac{S}{N}\right)^{1/2}$$

**Θόρυβος:** Περιορίζει τη διακριτική ικανότητα κβαντοποίησης των συμβόλων:



- Μέγιστη ροή δυαδικών συμβόλων bits:

$$R_B \leq 2B \cdot M \leq 2B \log_2 \left(1 + \frac{S}{N}\right)^{1/2} \leq B \log_2 \left(1 + \frac{S}{N}\right)$$

- Χωρητικότητα διαύλου:

- Αριθμός bits για δυαδική κωδικοποίηση:

$$n = \log_2 M = \log_2 \left(1 + \frac{S}{N}\right)^{1/2}$$

$$C = R_{B_{\max}} = B \log_2 \left(1 + \frac{S}{N}\right) \text{ (Bits/sec)}$$

## Διερευνώντας την σχέση Χωρητικότητας του AWGN διαύλου

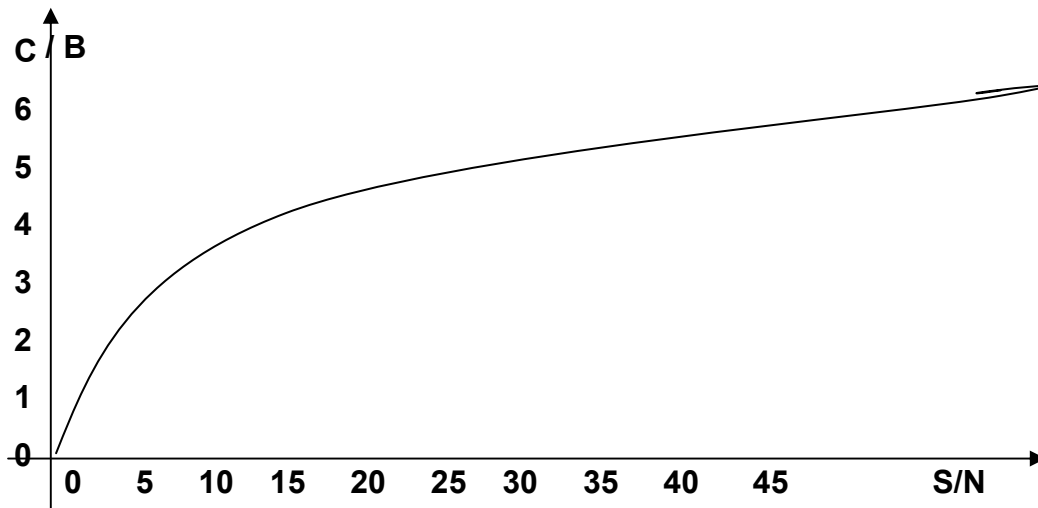
- ✓  $C/B$  : αποδεικνύεται βασικότερη παράμετρος των Τηλ/κών Συστημάτων.

Μετριέται σε: **Bits/sec.Hz** (χαρακτηρίζει την απόδοση).



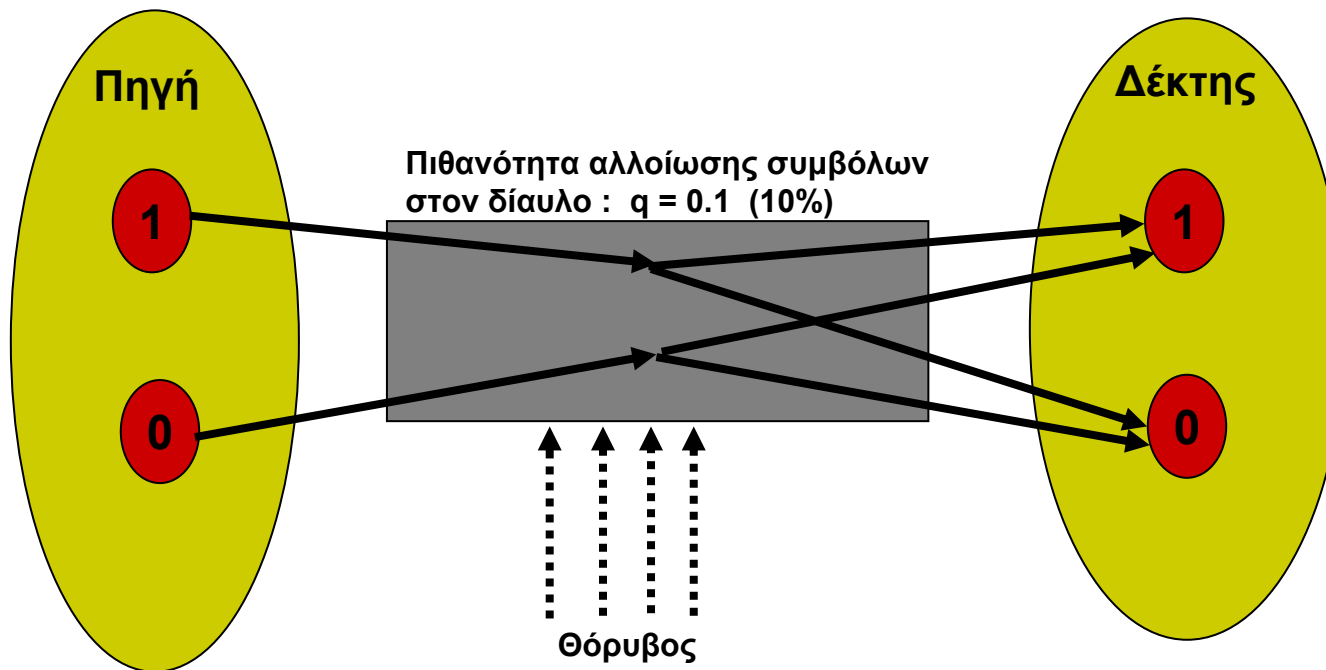
- ✓ Ακόμα και αν  $B \rightarrow \infty$ , δηλαδή  $(C/B) \rightarrow 0$  τότε η ελάχιστη τιμή του λόγου  $S/N$  που απαιτείται (ανά bit), για να εξασφαλίσουμε αξιόπιστη επικοινωνία είναι: **- 1,6 dB.**

**Αυτό το μέγεθος αναφέρεται ως ανώτατο όριο του Shannon και δεν είναι εφικτό.**



Η χωρητικότητα του διαύλου για σταθερό  $B$

## Παράδειγμα αλλοίωσης της πληροφορίας



Έστω:

Πιθανότητα εκπομπής 1:  
 $p = 0.6$  (60%)

Πιθανότητα εκπομπής 0:  
 $1-p = 0.4$  (40%)

Πιθανότητα λήψης 1:  
 $p' = 0.6 \times 0.9 + 0.4 \times 0.1 = 0.58$  (58%)

Πιθανότητα λήψης 0:  
 $p'' = 0.4 \times 0.9 + 0.6 \times 0.1 = 0.42$  (42%)

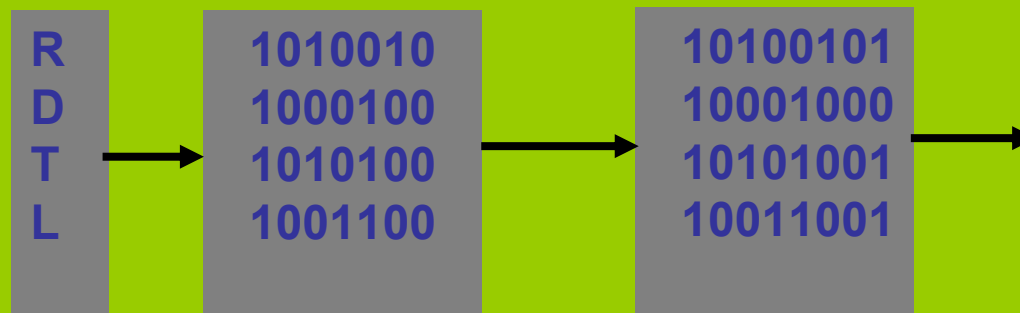
## Η 'τέχνη' της Κωδικοποίησης Διαύλου

- Στόχος η ανίχνευση και η διόρθωση ενδεχόμενων λαθών.
- Υπάρχουν κωδικοποιήσεις που κάνουν μόνο ανίχνευση (automatic repeat request) και άλλοι πιο σύνθετοι που επιτυγχάνουν και διόρθωση (forward error correction).
- Κανόνας είναι η προσαύξηση των ωφέλιμων bits της πληροφορίας με κάποια συμπληρωματικά που βοηθούν στον αυτοέλεγχο του κώδικα.
  - >>> αποτέλεσμα η εμφάνιση μιας νέας παραμέτρου που εκφράζει το ποσοστό της ωφέλιμης πληροφορίας ως προς το σύνολο των διακινούμενων συμβόλων (redundancy).

## Χρήση ενός bit ισοτιμίας:

>>> Στην κωδικοποίηση πηγής προστίθεται ένα bit κατάλληλο, ώστε ο αριθμός των '1' να είναι άρτιος.

Ο κώδικας αυτοανιχνεύει το λάθος αλλά δεν αυτοδιορθώνεται.



Πλεόνασμα:  $r = 8-7 / 8 = 1/8$

## Κώδικας επανάληψης:

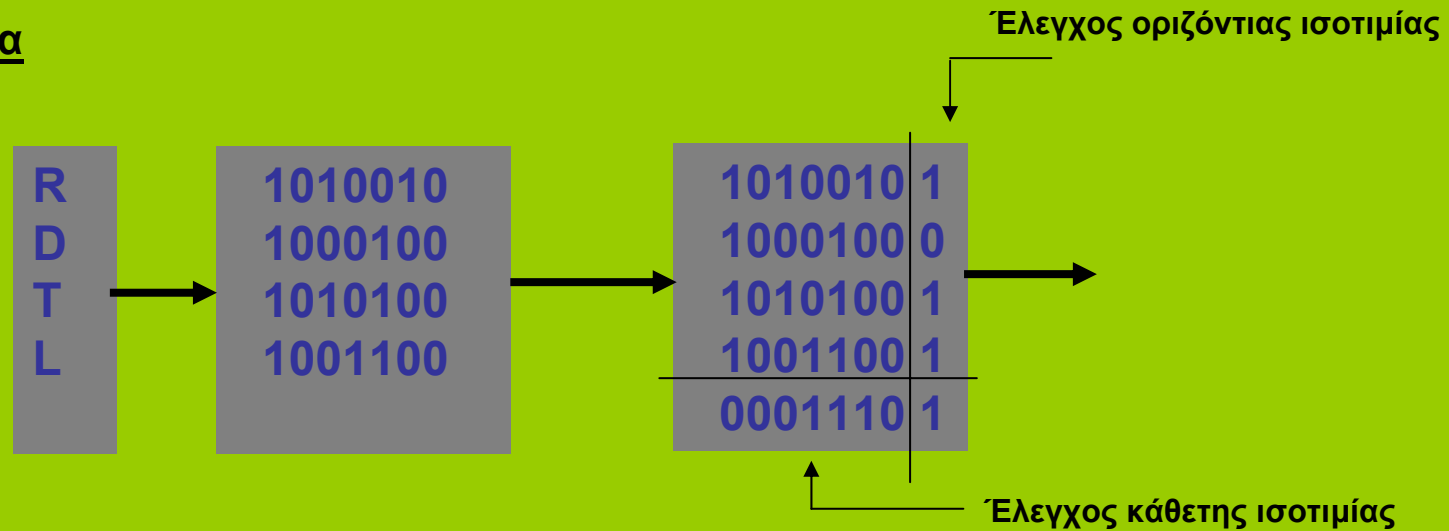
π.χ. RRRDDDTTLLL

>>> Κώδικας ασύμφορος και ανιχνεύει την περίπτωση ενός μόνο λάθους.

## Εισαγωγή digits ισοτιμίας (πολλά bits ισοτιμίας)

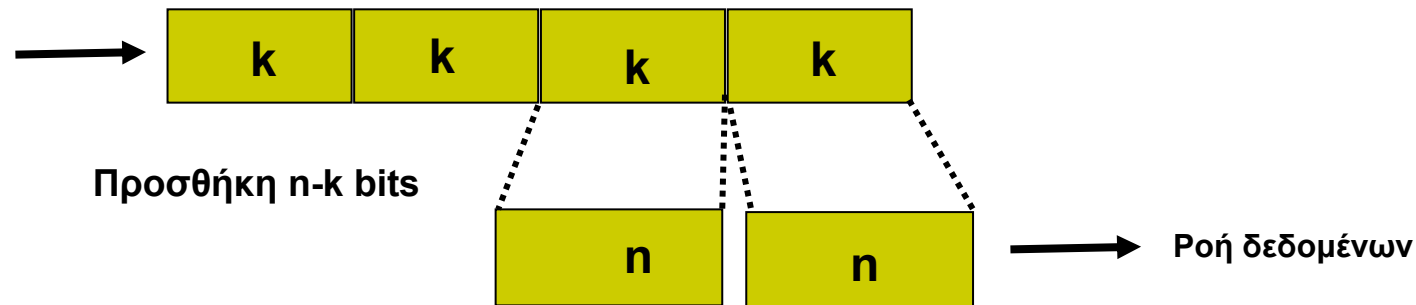
>>> Ανιχνεύει και διορθώνει ένα λάθος. Δυο λάθη ανιχνεύονται αλλά δεν διορθώνονται

### Παράδειγμα



>>> Μεγάλος πλεονασμός. Στον δέκτη απαιτείται διάταξη της πληροφορίας υπό μορφή πίνακα

## Γενικό σχήμα: Προστίθενται στην κωδική λέξη της πηγής bits ελέγχου



### Κώδικες Hamming:

- Αποτελούν ένα υποσύνολο των κωδίκων Bose- Chaudhuri- Hocqueenghen
- Χρησιμοποιούν απλή δυαδική αριθμητική.
- Χαρακτηρίζονται από παράμετρο  $p$  (απόσταση Hamming).
- Ανιχνεύουν  $p-1$  σφάλματα και προσδιορίζουν την θέση και διορθώνουν  $(p-1)/2$  σφάλματα.
- Υπάρχει πλεονασμός (redundance) από bits που μετριέται ως  $r = (n-k)/n = 1 - (k/n)$

## Εφαρμογή του κώδικα (7,4)

Έστω η κωδική λέξη  $[ \Sigma_3 \ \Sigma_2 \ \Sigma_1 \ \Sigma_0 ]$

- Θα προστεθούν σε αυτή τρία bits ελέγχου  $E = [ E_2 \ E_1 \ E_0 ]$
- Προκύπτει η νέα κωδική λέξη:  $S = [ A_7 \ A_6 \ A_5 \ A_4 \ A_3 \ A_2 \ A_1 ]$
- Ζητούμενο είναι αν προκύψει σφάλμα κατά την μετάδοση να προσδιοριστεί η θέση του και να διορθωθεί.

	$E_2$	$E_1$	$E_0$
$A_7$	1	1	1
$A_6$	1	1	0
$A_5$	1	0	1
$A_4$	1	0	0
$A_3$	0	1	1
$A_2$	0	1	0
$A_1$	0	0	1
0	0	0	0

$$E_2 = A_7 + A_6 + A_5 + A_4$$

$$E_1 = A_7 + A_6 + A_3 + A_2$$

$$E_0 = A_7 + A_5 + A_3 + A_1$$

---

Επιλέγουμε  $E_2 = A_4$ ,  $E_1 = A_2$  και  $E_0 = A_1$

---

Στην εκπομπή:  $A_7 + A_6 + A_5 + A_4 = 0$

$$A_7 + A_6 + A_3 + A_2 = 0$$

$$A_7 + A_5 + A_3 + A_1 = 0$$


---

Άρα:  $E_2 = A_4 = A_7 + A_6 + A_5$

$$E_1 = A_2 = A_7 + A_6 + A_3$$

$$E_0 = A_1 = A_7 + A_5 + A_3$$

Παράδειγμα: Έστω  $\Sigma = [ 1 \ 1 \ 0 \ 1 ]$  άρα στην εκπομπή δημιουργήθηκε  $A = [ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 ]$

Αν λόγω σφάλματος στον δέκτη φθάσει  $A' = [ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 ]$  υπολογίζοντας στον δέκτη το σφάλμα  $E' = [ 1 \ 0 \ 1 ] = 5$  άρα το  $A_5$  είναι το εσφαλμένο.



## Αλγεβρικός Αλγόριθμος Γένεσης των Κυκλικών Κωδίκων BCH

Έστω η αρχική λέξη :  $\Sigma = [ \Sigma_{k-1} + \Sigma_{k-2} + \Sigma_{k-3} + \dots \Sigma_1 + \Sigma_0 ]$

Η κωδικοποιημένη που θα προκύψει:  $S = [ S_{n-1} + S_{n-2} + S_{n-3} + \dots S_1 + S_0 ]$

➤ Στα  $\Sigma$  και  $S$  αντιστοιχούνται πολυώνυμα στο πεδίο  $GF(2)$ .

$$\Sigma(x) = \Sigma_{k-1}X^{(k-1)} + \Sigma_{k-2} X^{(k-2)} + \Sigma_{k-3} X^{(k-3)} + \dots \Sigma_1 X^1 + \Sigma_0 X^0$$

$$S(x) = S_{n-1}X^{(n-1)} + S_{n-2} X^{(n-2)} + S_{n-3} X^{(n-3)} + \dots S_1 X^1 + S_0 X^0$$

Προφανώς:  $S(x) = X^{(n-k)} \cdot \Sigma(x) + E(x)$  όπου το  $E(x)$  είναι το πολυώνυμο ελέγχου.

➤ Η κωδική λέξη  $S$  επιλέγεται έτσι ώστε:

$$S(x) = g(x) \cdot Q(x) , \quad \text{όπου } g(x) \text{ είναι ένα πολυώνυμο 'γεννήτρια του κώδικα' βαθμού } (n-k).$$

Άρα:  $g(x) \cdot Q(x) = X^{(n-k)} \cdot \Sigma(x) + E(x)$  από όπου

$$X^{(n-k)} \cdot \Sigma(x) = g(x) \cdot Q(x) + E(x) \quad (\text{αριθμητική modulo } 2)$$

Δηλαδή το  $E(x)$  υπολογίζεται ως το υπόλοιπο της διαίρεσης.

➤ Το πολυώνυμο γεννήτρια  $g(x)$  πρέπει να διαιρεί το  $x^n + 1$

# Κωδικοποιήσεων συνέχεια....

## Κώδικες Reed Solomon (n,k)

- Αναφέρεται σε Bytes και όχι σε Bits
- Στηρίζεται σε αριθμητική 'Πεπερασμένων Πεδίων Galois'  
(Evariste Galois: 1832)
- Μπορεί να διορθώσει  $(n-k) / 2$  Bytes
- Πιο χρησιμοποιούμενος: (255,223) , (160,128)
- Χρησιμοποιούνται και ως κωδικοποίηση σε μέσα μαζικής αποθήκευσης δεδομένων ( CDs , DVDs)

## Τέχνασμα καλύτερευσης της απόδοσης των κωδίκων:

Τα δεδομένα καθώς φθάνουν στον κωδικοποιητή τοποθετούνται σε πίνακα κατά γραμμές:

A1 A2 A3 A4 A5 A6 A7 A8 B1 B2 B3 B4 B5 B6 B7 B8 C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7 C8 ....

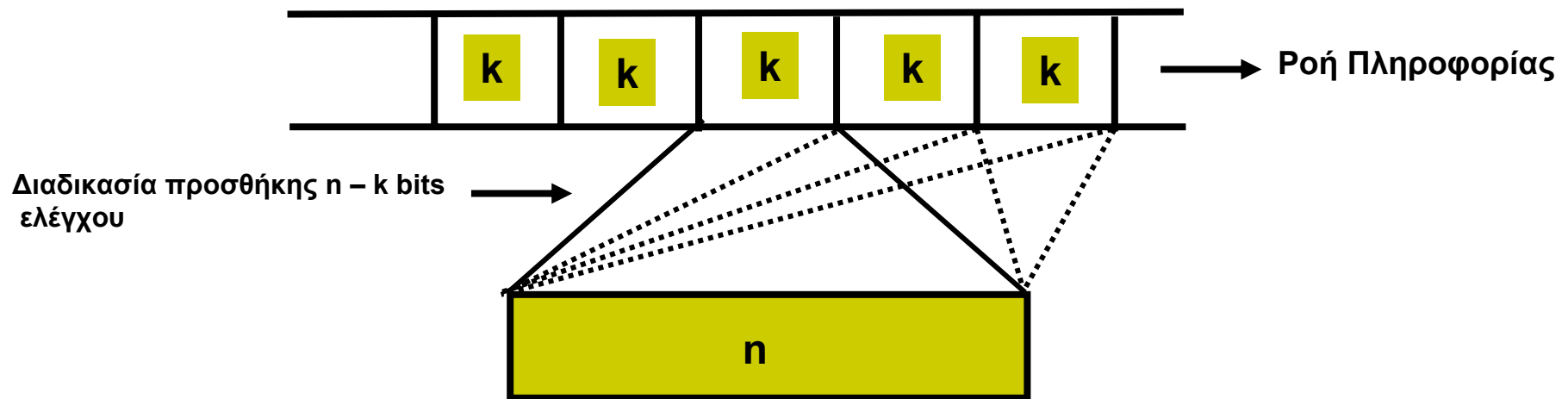
A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8
C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8
D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8
E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8

Ο πίνακας διαβάζεται καθέτως (κατά στήλες):

A1B1C1D1E1A2B2C2D2E2A3B3C3D3E3.....

## Συνελικτικοί Κώδικες ( Convolutional Codes)

- Θεωρούν ενιαία ακολουθία δεδομένων
- Τα κωδικοποιημένα στοιχεία ενός υποσυνόλου  $k$  στοιχείων εξαρτώνται όχι μόνο από τα στοιχεία που εισάγονται στον καταχωρητή αλλά και από τα προηγούμενα. Ένα είδος ανάδρασης που δημιουργεί μνήμη στην αλληλουχία των Bits.
- Αλγόριθμοι πολλοί. Σημαντικότερος ο Viterbi (1967)



# Κωδικοποιήσεων συνέχεια....

## ➤ Κώδικες TCM (Trellis Code Modulation)

- Είναι συνελικτικοί κώδικες
- Συνδυάζουν τις διεργασίες κωδικοποίησης και διαμόρφωσης.
- Δεν μειώνουν τον ρυθμό μετάδοσης και δεν απαιτούν μεγαλύτερο φασματικό εύρος.  
(Δικτυωτά Κωδικοποιημένη Διαμόρφωση)

## ➤ Κώδικες Turbo

- Είναι παραλλαγή της TCM
- Αξιοποιεί κωδικοποίηση πολλών βαθμίδων (concatenated coding).
- Δύο συνελικτικοί κώδικες συνδυάζονται παράλληλα ή σειριακά.
- Προσεγγίζεται το όριο Shannon

## Μετάδοση Βασικής Ζώνης

➤ Πρόκειται για την απ' ευθείας μετάδοση στον δίαυλο επικοινωνίας του βασικού σήματος  $s(t)$  ή των συμβόλων  $S_k$ .

➤ Γενικά τα βασικά σήματα (είτε συνεχούς είτε διακριτού χρόνου) δεν είναι μεταδύσιμα απευθείας στο τηλεπικοινωνιακό μέσο.

- Πρόβλημα προσαρμογής στον Τηλεπικοινωνιακό δίαυλο.
- Πρόβλημα συνύπαρξης με άλλα ομοειδή σήματα.
- Έντονη παραμόρφωση των σημάτων.
- Δεν επιτρέπει πολυπλεξία.

➤ *Περιορισμένες εφαρμογές*

## Απαιτείται «αχθοφόρος» του σήματος της πληροφορίας

- Το φέρον είναι ημιτονικό σήμα με:

$$E(t) = E_o \cos[\Phi(t)] = \Re \left[ E_o e^{j\phi(t)} \right]$$

$$E_o = \text{πλάτος}$$

$$\Phi(t) = \int \omega(t) dt + \phi_o$$

$$\omega(t) = 2\pi f(t)$$

Av:

$$\omega(t) = \omega_0 \Rightarrow E(t) = E_o \cos[\omega_0 t + \phi_0]$$

## Διαμόρφωση

### Αναλογικά σήματα:

$$s(t) \rightarrow E(s(t))$$

$$s(t) \rightarrow E(t) = E_0(s(t)) \cdot \cos(\omega_0 t)$$

$$s(t) \rightarrow E(t) = E_0 \cos\left[\int \omega(s(t)) dt + \phi_0\right]$$

$$s(t) \rightarrow E(t) = E_0 \cos[\omega_0 t + \phi_0(s(t))]$$

### Διακριτά σήματα:

Σύμβολα:  $s_k \rightarrow E(t) = s_k \cdot \cos(\omega_0 t)$

m-ASK

$$s_k \rightarrow E(t) = E_0 \cos[(\omega_0 + s_k \cdot \Delta\omega)t + \phi_0]$$

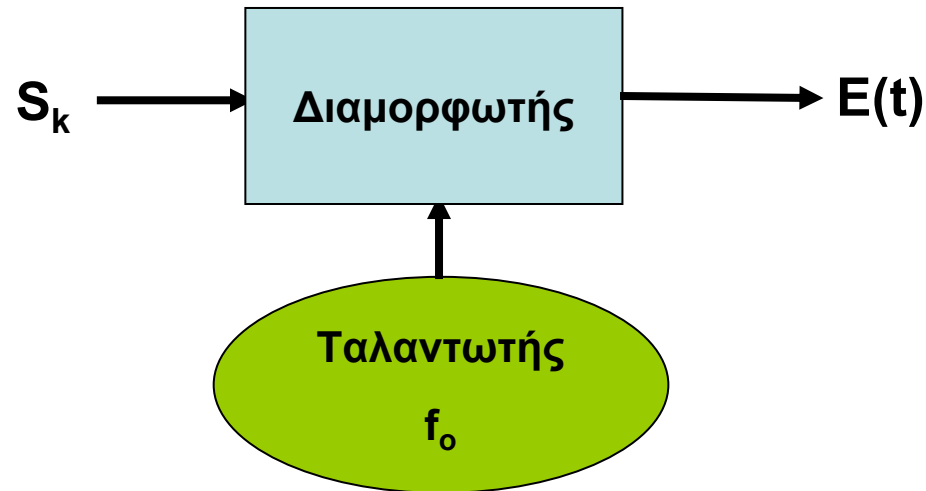
m-FSK

$$s_k \rightarrow E(t) = E_0 \cos[\omega_0 t + s_k \cdot \phi_0]$$

m-PSK

Συνδυασμός αυτών των μεθόδων

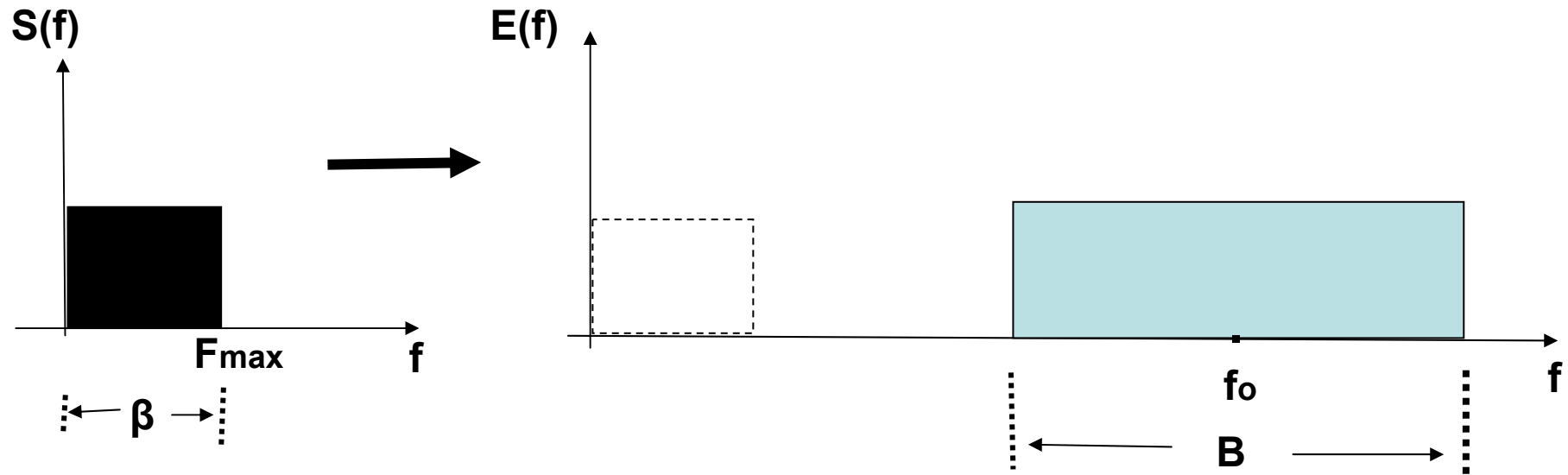
## Γενικό σχήμα διαμορφωτή



- Ταλαντωτής σταθερής συχνότητας: (με κρύσταλλο)
- Ταλαντωτής ελεγχόμενης συχνότητας: VCO
- Συνθέτης συχνοτήτων με βρόχο ελεγχόμενης φάσης: PLL



## Φασματική παρουσίαση της Διαμόρφωσης



Κανόνας:  $f_0 \gg F_{max}$

Αποτέλεσμα:  $B > \beta$

## Βασικές Παρατηρήσεις

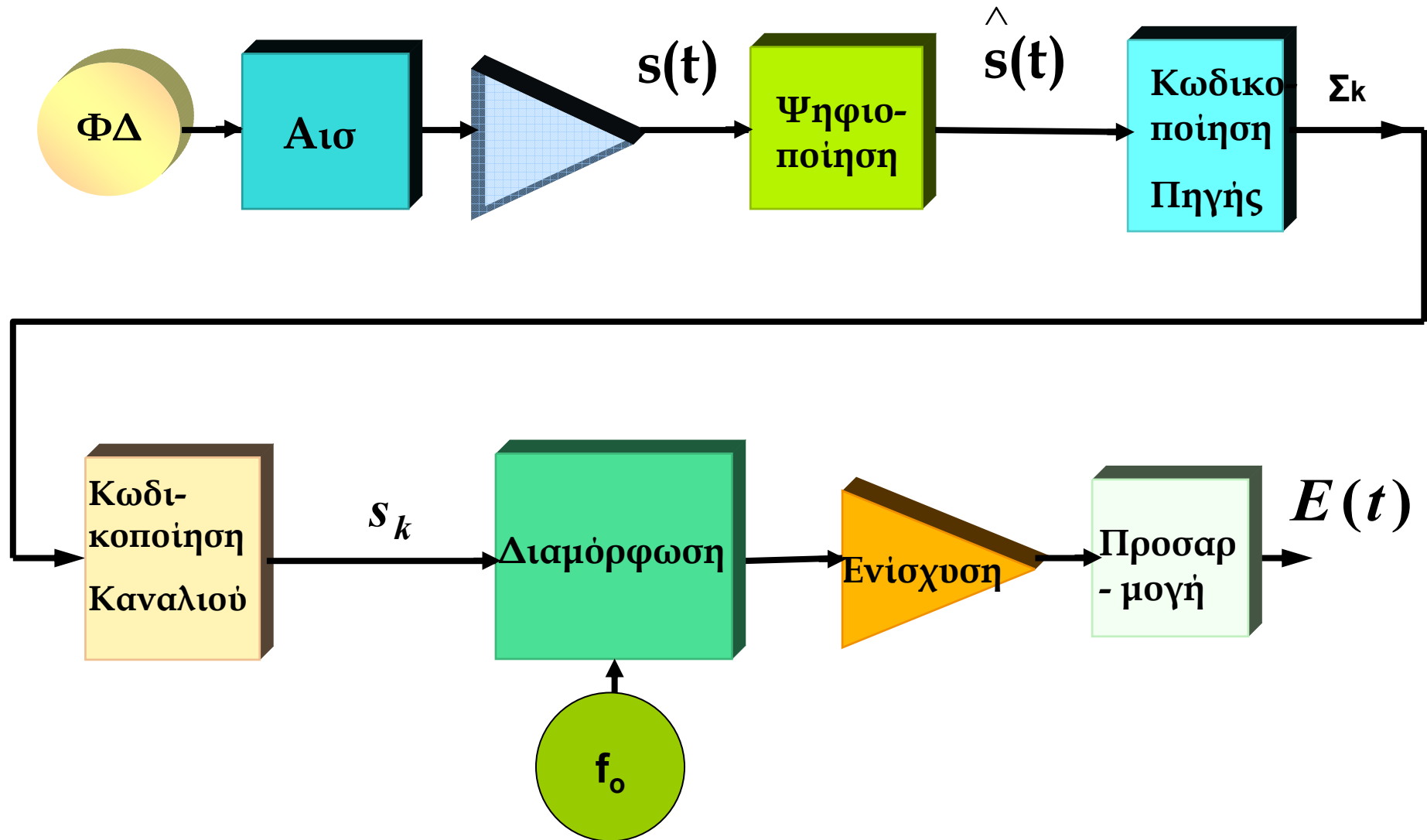
- Η διαμόρφωση κατά κανόνα διευρύνει τη φασματική ζώνη
- Η διεύρυνση του φάσματος θωρακίζει το σήμα ως προς το θόρυβο.

### Κριτήρια σύγκρισης:

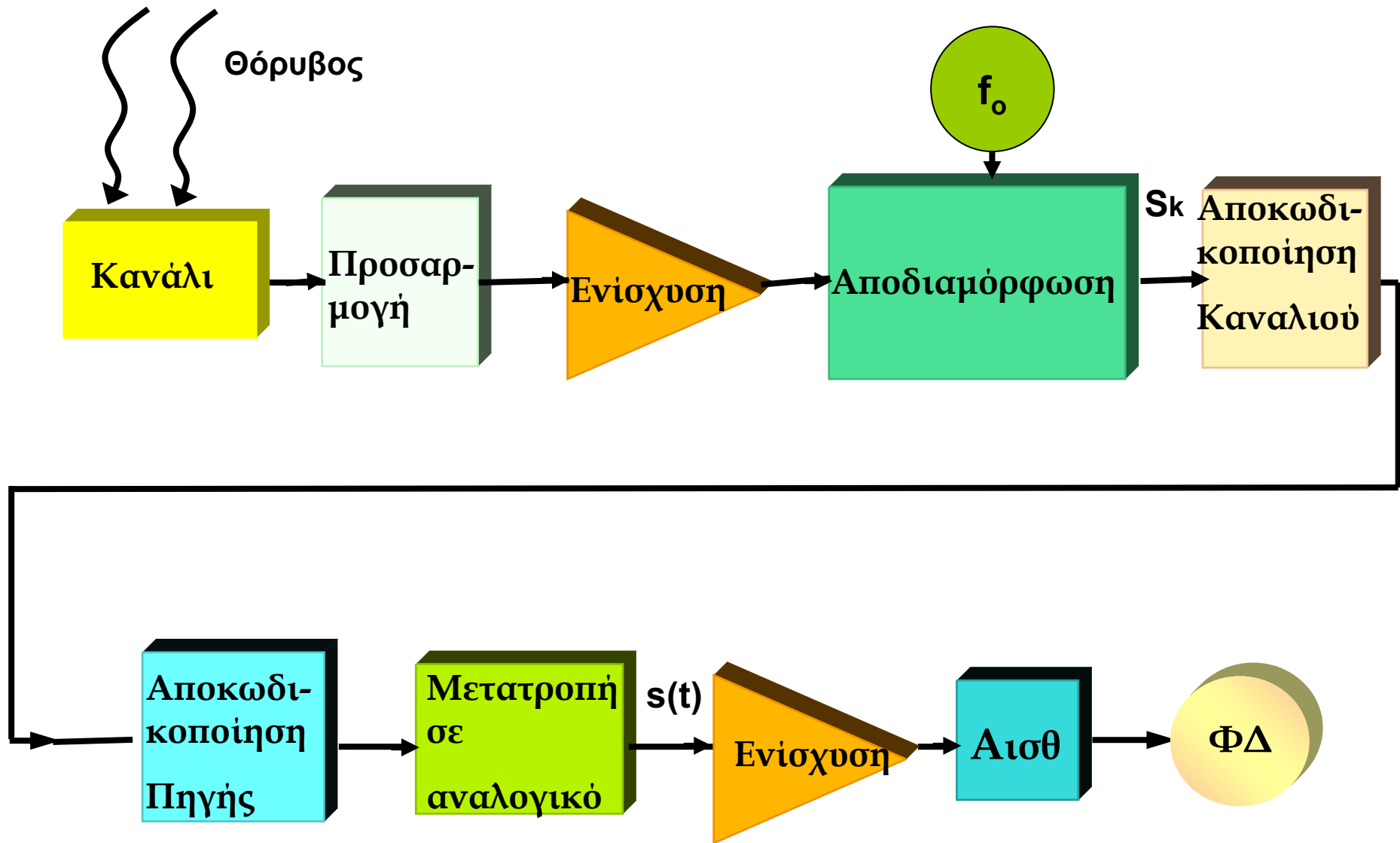
- Η αποτελεσματικότητα:  $\eta = \frac{R_B}{B_{ολ}} \left( \frac{bits}{sec \cdot Hz} \right)$
- Bit Error Rate (BER) ως συνάρτηση του  $S/N$

- Διαμόρφωση στον πομπό  $\longrightarrow$  Αποδιαμόρφωση στο δέκτη

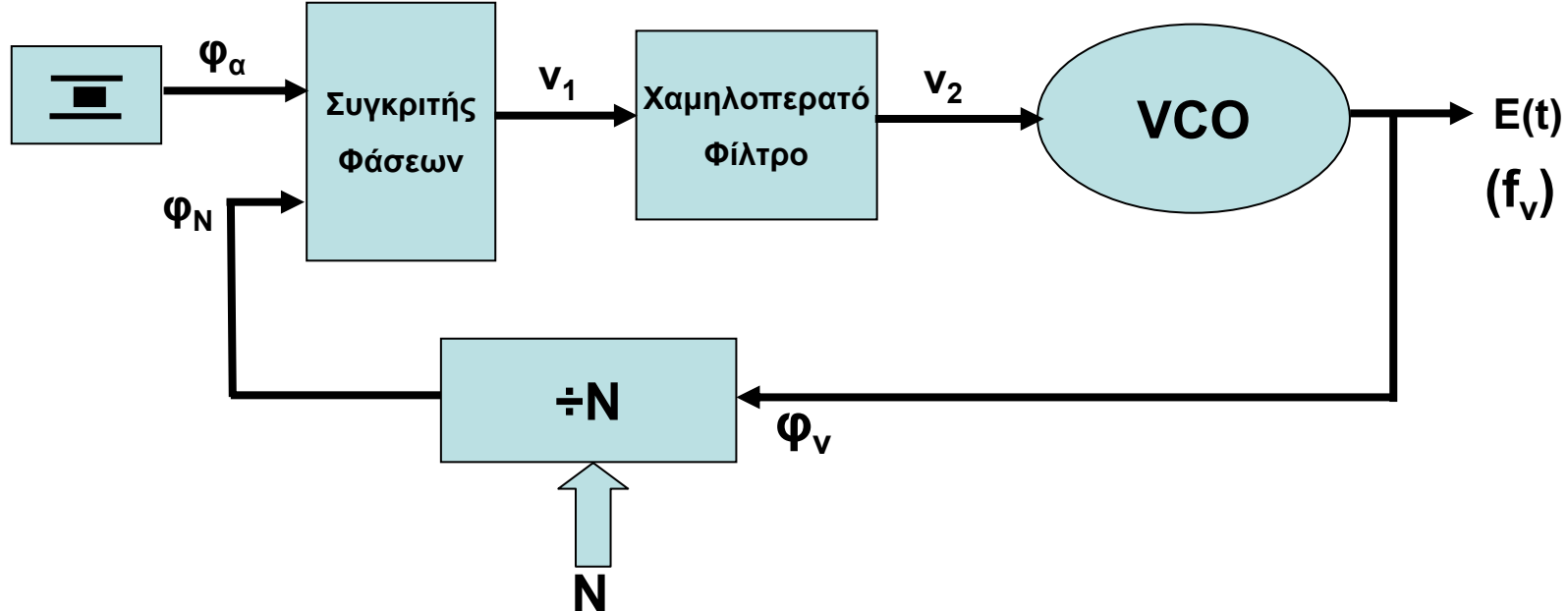
# Γενικό σχήμα Πομπής ψηφιακής μετάδοσης



# Γενικό σχήμα Δέκτη ψηφιακής μετάδοσης



## Σύνθεση Συχνότητας με PLL



### Εξισώσεις του PLL:

$$V_1 = k_\phi(\Phi_\alpha - \Phi_N) \quad V_2 = V_1 * f(t) \quad d\Phi_v / dt = k_v V_2 \quad \Phi_N = \Phi_v / N$$

Άρα:

$$d\Phi_v / dt = k_v k_\phi (\Phi_\alpha - \Phi_v / N) * f(t)$$

Με μετασχηματισμό Laplace έχουμε:

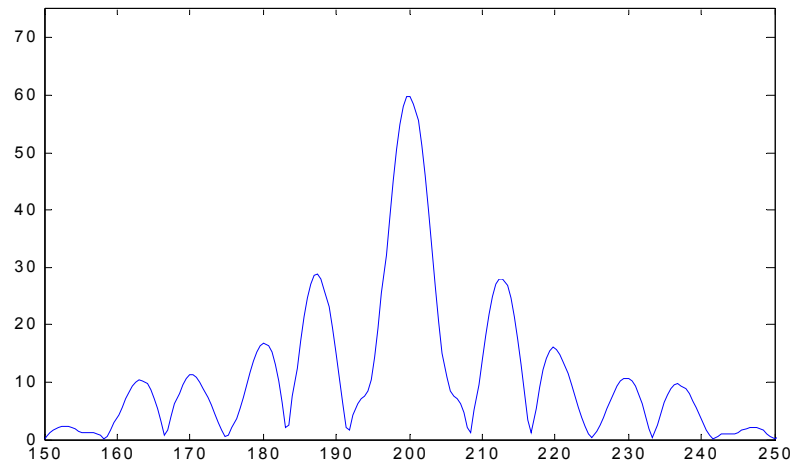
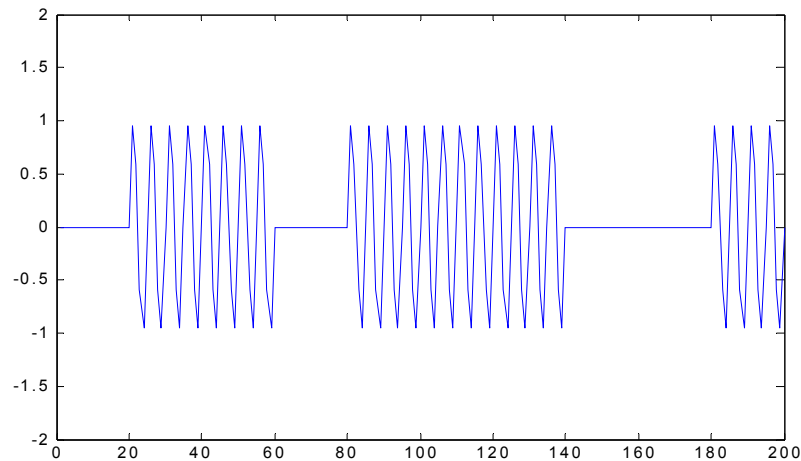
$$H(p) = \Phi_v / \Phi_\alpha = f_v / f_\alpha = k_v K_\phi F(p) / [p + k_v k_\phi F(p) / N]$$

Αν  $k_v k_\phi F(p) / N p \gg 1$  τότε  $f_v = N f_\alpha$

## Διαμορφώσεις A.S.K.

$$\cdot E(t) = S_k \cdot \cos(\omega_0 t)$$

Αν:  $S_k = \{0,1\}$  , Δυαδική *ASK*  $\equiv$  *OOK*



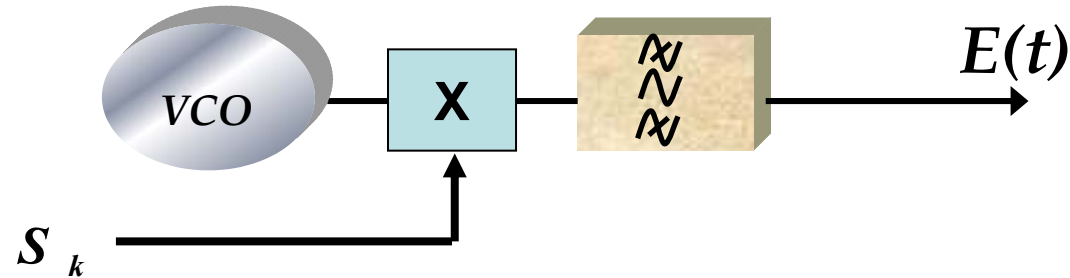
• Εύρος Φάσματος:  $B = 2\beta = 2R_s$

• Αποτελεσματικότητα:  $n = \frac{R_s}{B} = 0,5$

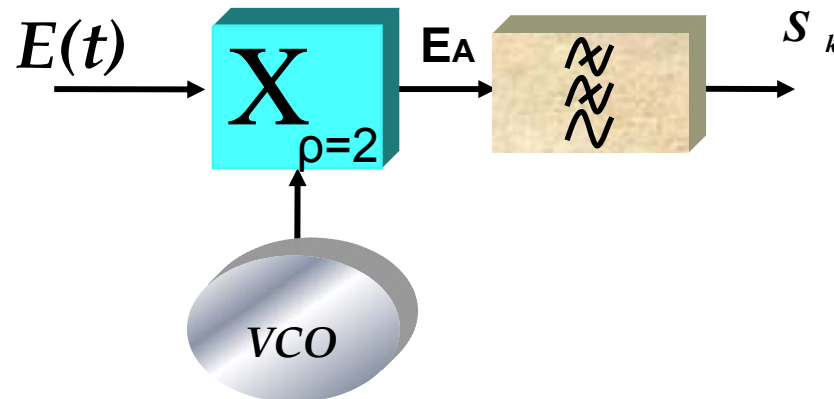
(Με 50% επικάλυψη παλμών:  $n=1$ )

## Διαμορφώσεις A.S.K.

### Διαμορφωτής



### Σύμφωνος Αποδιαμορφωτής



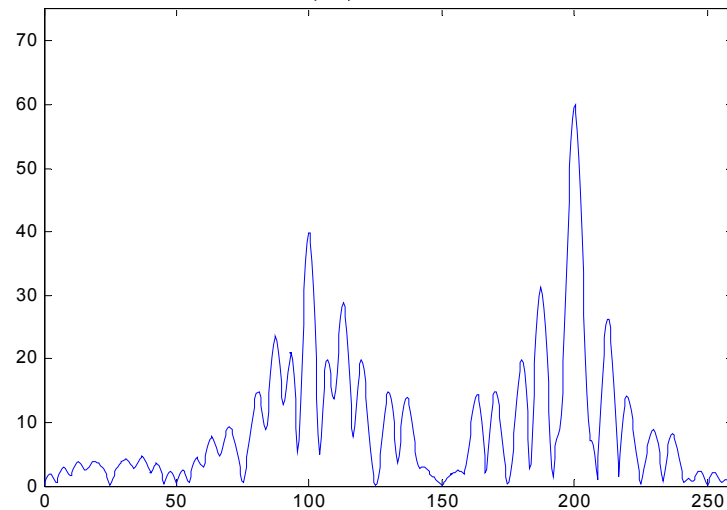
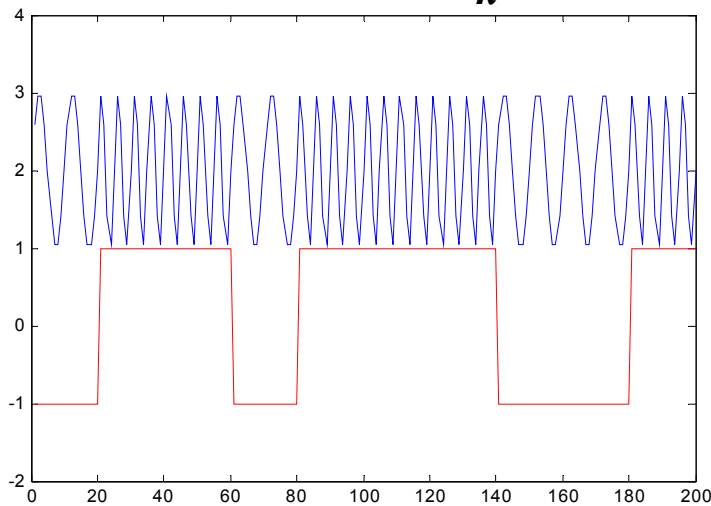
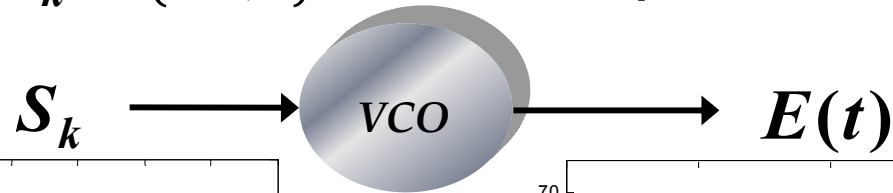
$$E(t) = S_k \cdot \cos(\omega_0 t)$$

$$E_A(t) = 2S_k \cdot \cos(\omega_0 t) \cdot \cos(\omega_0 t) = S_k + S_k \cdot \cos(2\omega_0 t)$$

## Διαμορφώσεις F.S.K.

$$E(t) = E_0 \cdot \cos[(\omega_0 + S_k \cdot \Delta\omega)t]$$

Αν:  $S_k = \{-1, 1\}$  : Δυαδική FSK



• Εύρος Φάσματος:  $B = 2(\Delta f + \beta) = 2\Delta f + 2\beta = 2\Delta f + 2R_s$

• Αποτελεσματικότητα:  $n = \frac{R_s}{B} = \frac{R_s}{2\Delta f + 2R_s} = \frac{1}{2 + 2\Delta f / R_s}$

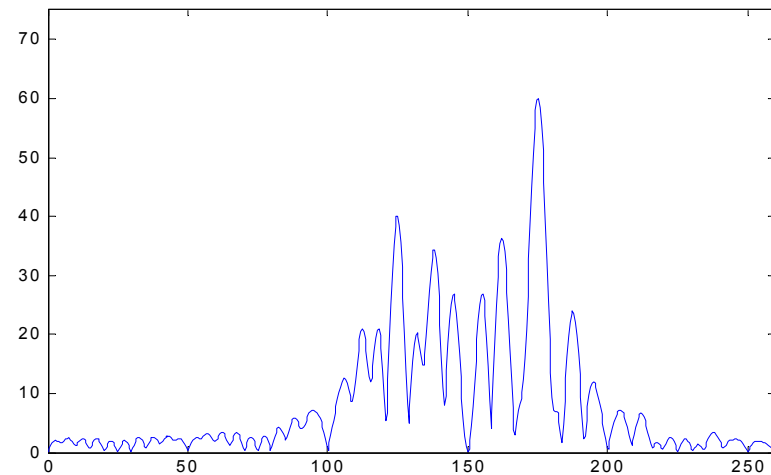
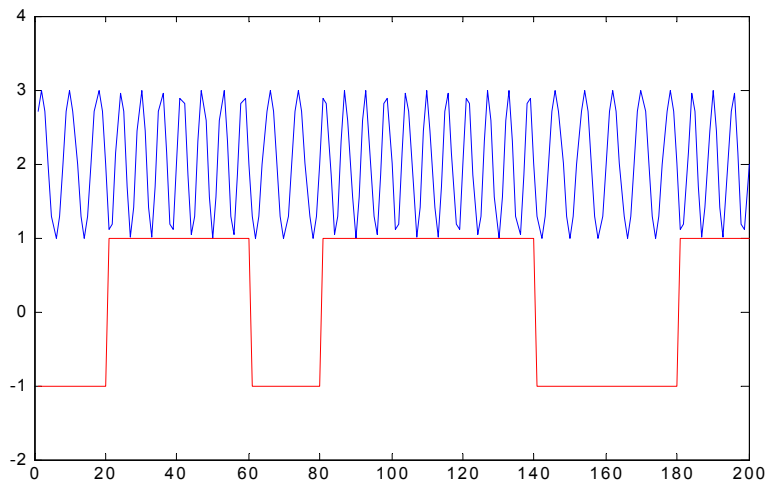
Συνήθως  $2\Delta f = f_1 - f_2 = R_s$



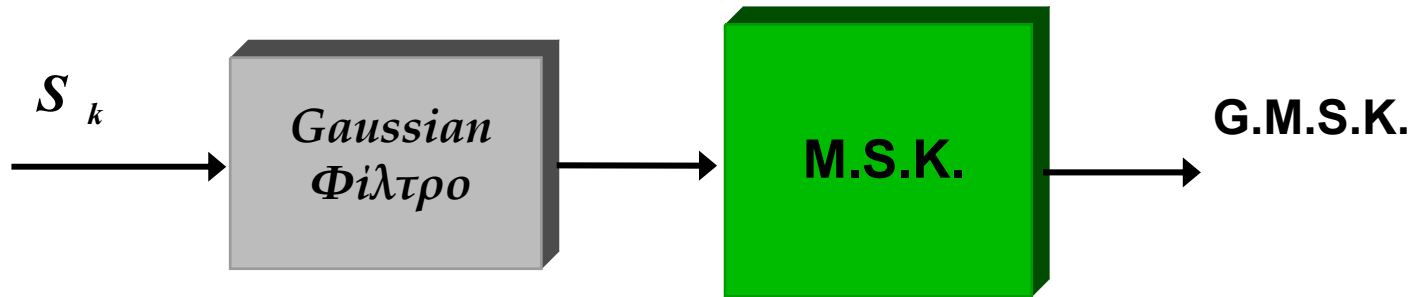
# Παράγωγες Διαμορφώσεις της F.S.K.

- Διαμόρφωση M.S.K. (*Minimum Shift Keying*)

$$\text{Av: } \Delta f = \frac{1}{4} R_s \Rightarrow n = \frac{R_s}{B} = \frac{1}{2 + 2(\Delta f / R_s)} = \frac{1}{2,5} = 0,4 \frac{\text{bits}}{\text{sec} \cdot \text{Hz}}$$

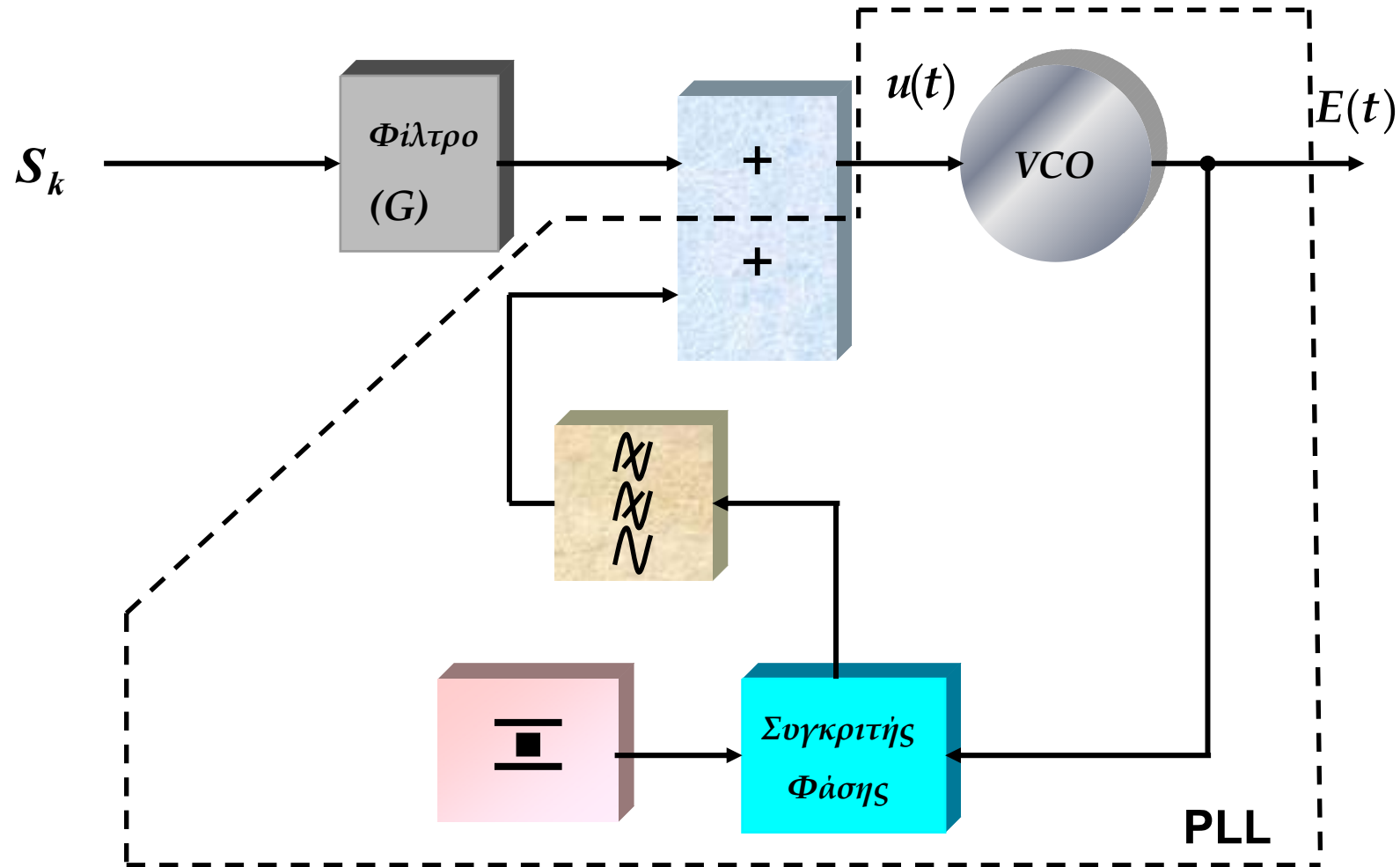


## Διαμόρφωση G.M.S.K.

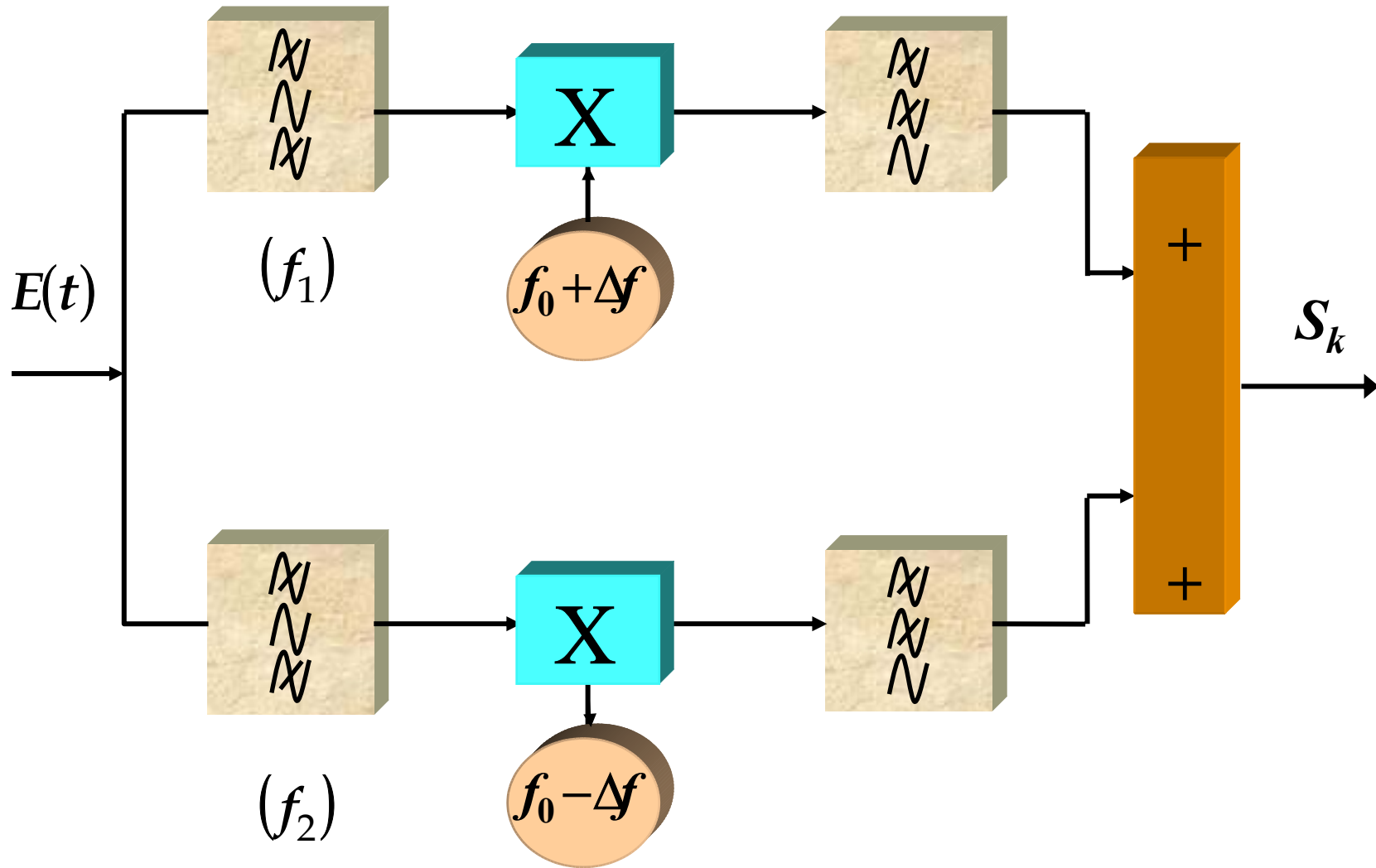


- Το Gaussian Φίλτρο προκαλεί διαπλάτυνση των παλμών  $\left( \tau \propto \frac{1}{f_a} \right)$
- Παράμετρος σύγκρισης:  $\lambda = \frac{f_a}{R_S}$  με  $f_a$ : συχνότητα αποκοπής του φίλτρου
  - Γενικά:  $\lambda \downarrow \Rightarrow$  Παραμόρφωση παλμού  $\uparrow \Rightarrow \beta \downarrow \Rightarrow R_S \uparrow$
  - Συνήθεις τιμές:  $\lambda = 0.5, 0.3$
- Απαιτείται αποκατάσταση της μορφής των παλμών στην έξοδο

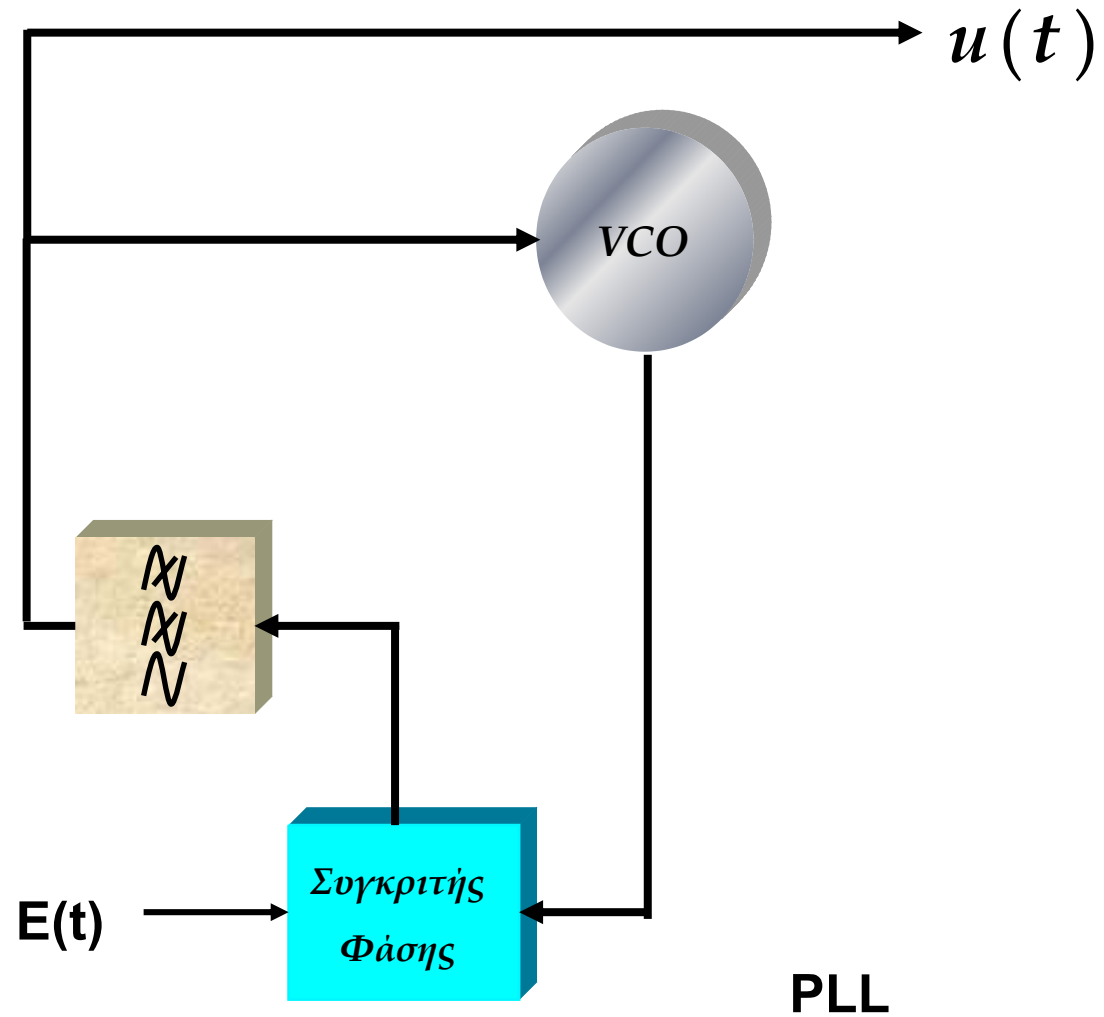
# Πρακτικά κυκλώματα διαμορφωτών F.S.K., M.S.K., G.M.S.K.



# Σύγχρονη Αποδιαμόρφωση F.S.K., M.S.K., G.M.S.K.



# Κύκλωμα αποδιαμόρφωσης F.S.K., M.S.K., G.M.S.K. με PLL

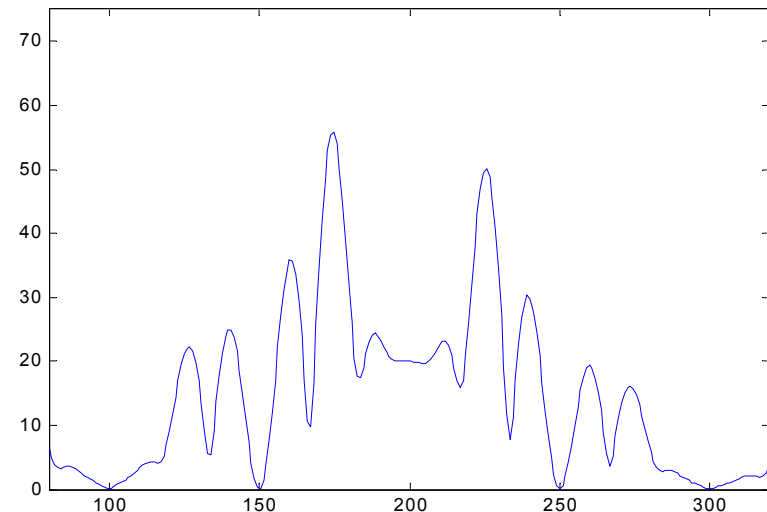
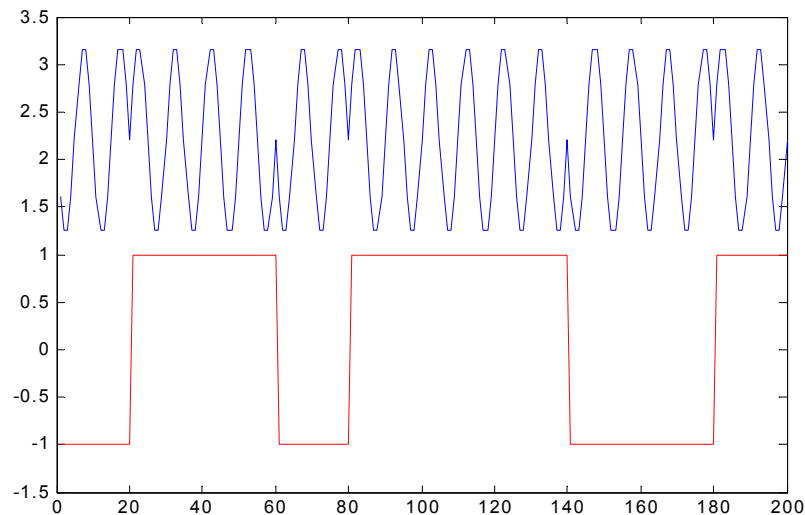


## Διαμορφώσεις Φάσης (P.S.K.)

Μαθηματική Έκφραση: 
$$E(t) = E_0 \cos\left(\omega_0 t + S_k \frac{2\pi}{m} + \phi_0\right)$$

Όπου  $m$  το πλήθος των διαφορετικών συμβόλων,  
και  $S_k$  τιμή του συμβόλου.

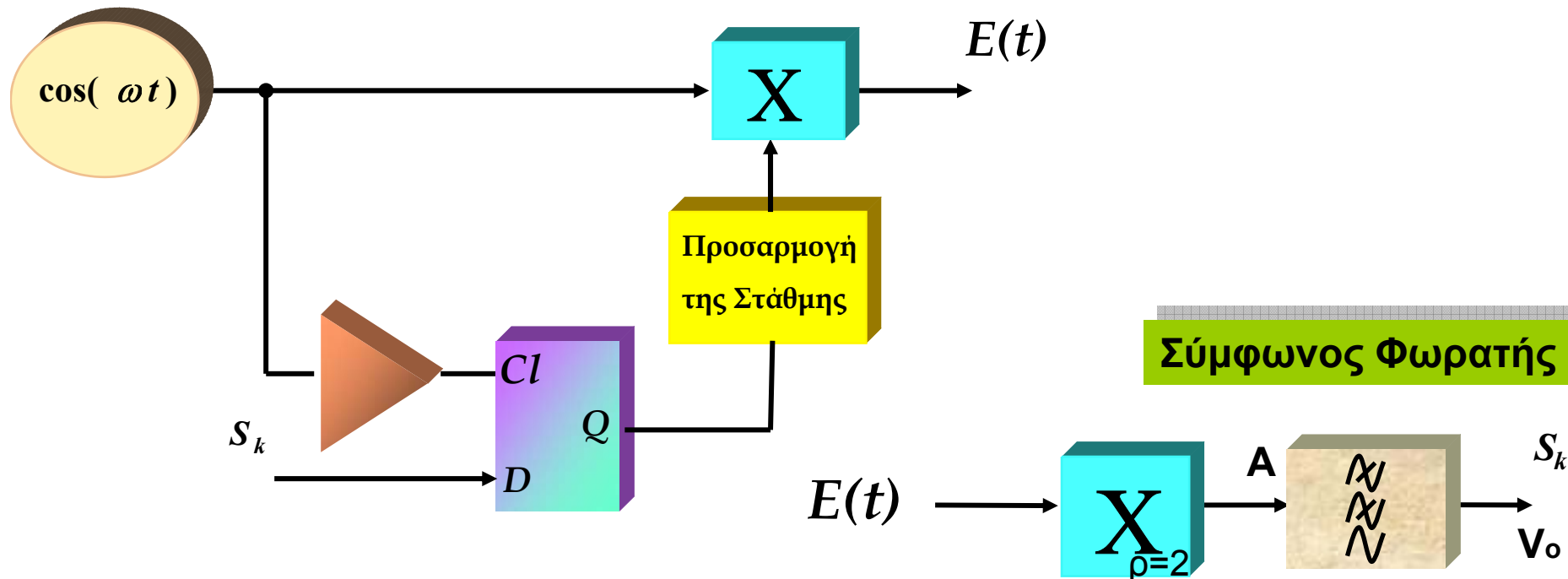
(Δυαδική) B.P.S.K.:  $S_k = \{0,1\}$  ,  $m = 2$



$$B = 2\beta = 2 \cdot R_S = \frac{2}{T}$$

,  $T = \eta$  διάρκεια συμβόλου

# Διαμορφωτής (απο..) με συγχρονισμό φέροντος και δεδομένων

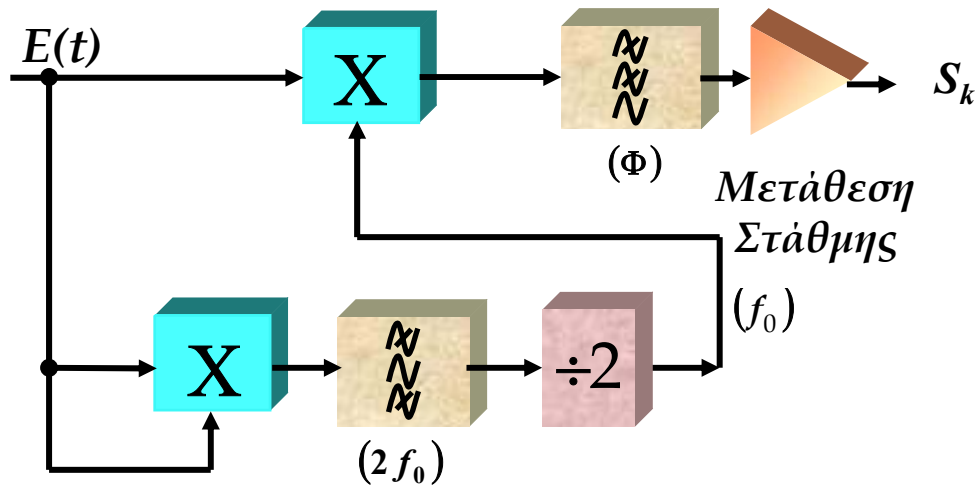


$$\begin{aligned}
 E_A(t) &= 2E_0 \cdot \cos(\omega_0 t + S_k \cdot \pi) \cdot \cos(\omega_0 t) = \\
 &= E_0 \cdot \cos(S_k \cdot \pi) + E_0 \cdot S_k \cdot \cos(2\omega_0 t) \Rightarrow
 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow V_0 = S_k \cdot E_0$$

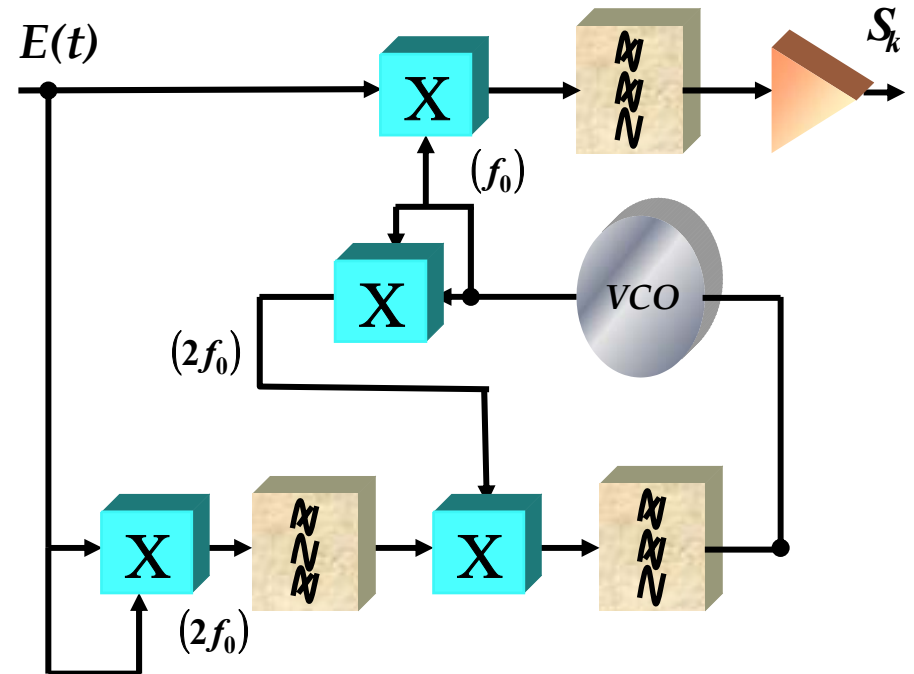
# Ανάκτηση φέροντος στη διπλάσια συχνότητα

Σύστημα χωρίς PLL



$$\begin{aligned}
 E^2(t) &= E_0^2 \cos^2(\Phi(t)) = \\
 &= \frac{E_0^2}{2} + \frac{E_0^2}{2} \cos 2\Phi(t) = \\
 &= \frac{E_0^2}{2} + \frac{E_0^2}{2} \cos(2\omega_0 t + S_k \cdot 2\pi + \phi_0) = \\
 &= \frac{E_0}{2} + \frac{E_0}{2} \cos(2\omega_0 t + \phi_0)
 \end{aligned}$$

Σύστημα με PLL

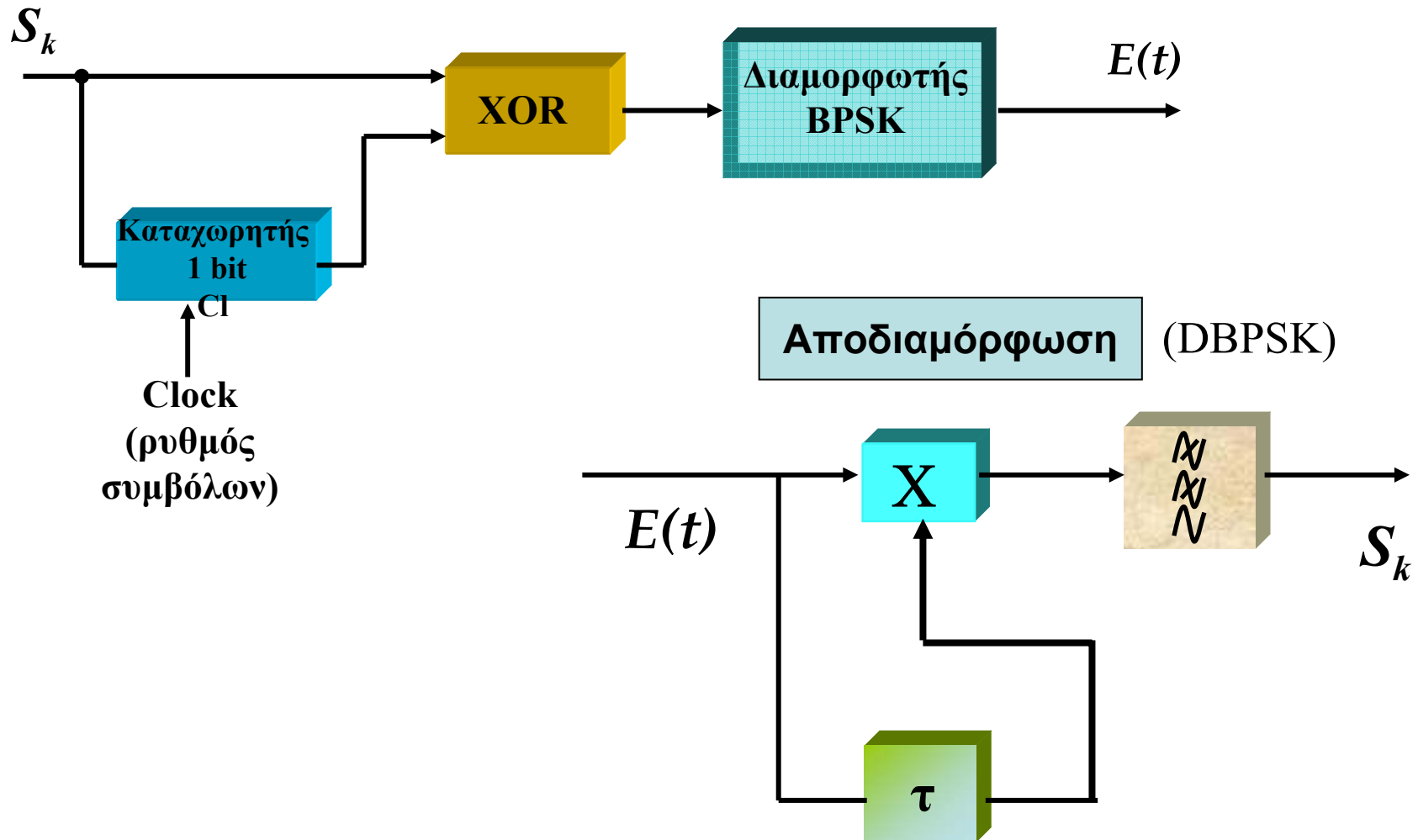




# Διαμόρφωση D.B.P.S.K.

(Διαφορική διαμόρφωση PSK)

- Η διαμόρφωση του φέροντος γίνεται όχι από το δυαδικό σύμβολο της πληροφορίας αλλά από τη σχετική σύγκρισή του με το προηγούμενο.

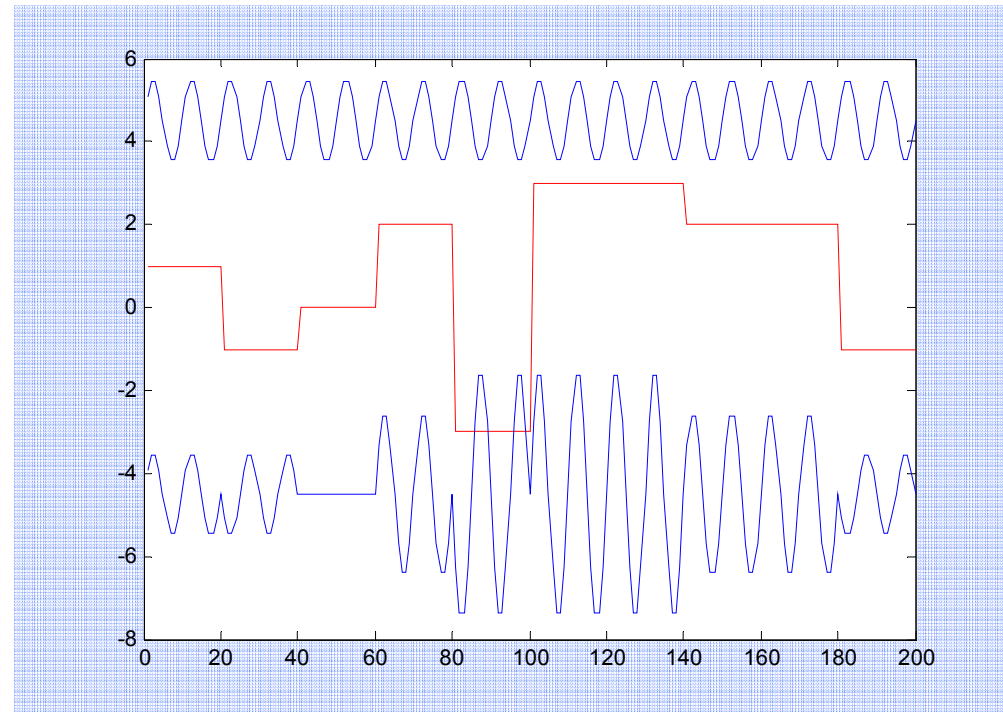


## Γενίκευση - Διαμορφώσεις QAM

- Όταν τα διακριτά σύμβολα αντιπροσωπεύουν πολλές στάθμες  $M \geq 2$  αξιοποιούνται συνδυασμοί διαμορφώσεων A.S.K. και P.S.K.
- Το φέρον αρχικής συχνότητας  $f_0$  παίρνει τη μορφή:  
$$E(t) = E_k \cdot \cos(\omega_0 t + \phi_k)$$
όπου  $E_k$  και  $\phi_k$  εξαρτώνται από τα σύμβολα  $S_k$
- Η προκύπτουσα διαμόρφωση καλείται **M-QAM**:

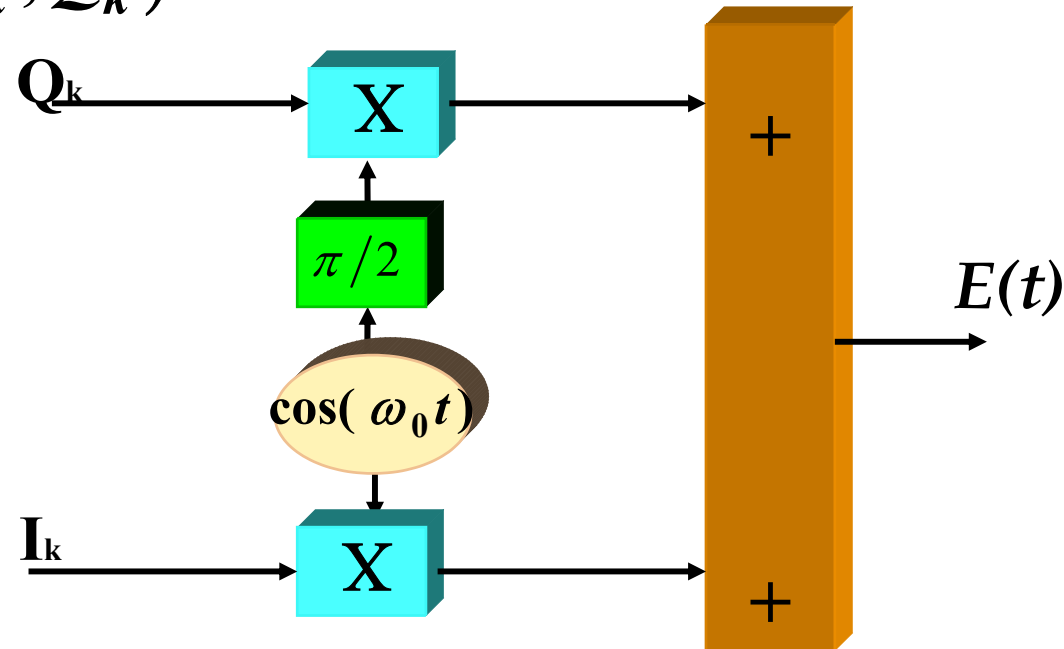
**M** : το πλήθος των συμβόλων

**QAM** : *Quadrature Amplitude Modulation*



## Γενική Δομή Διαμορφωτή M-QAM

$$S_k \rightarrow (I_k, Q_k)$$



$$E(t) = I_k \cos(\omega_0 t) - Q_k \sin(\omega_0 t) = E_k \cos[\omega_0 t + \phi_k]$$

Όπου:  $E_k = \sqrt{I_k^2 + Q_k^2}$  ,  $I_k = E_k \cdot \cos \phi_k$  ,  $Q_k = E_k \cdot \sin \phi_k$

- Αν τα  $I_k$  και  $Q_k$  επιλεγούν ώστε:  $E_k = \text{σταθερό} = E_0$  = Διαμορφώσεις M-PSK
- Αν τα  $I_k$  και  $Q_k$  επιλεγούν ώστε:  $\phi_k = \text{σταθερό}$  = Διαμορφώσεις M-ASK

## Διαμορφώσεις M-QAM (συνέχεια) ...

Με κομψότερη Μαθηματική Διατύπωση...

Υιοθετώντας για το φέρον συχνότητας  $\omega_0$  την εκθετική συνάρτηση, τότε:

$$E(t) = E_k \cos[\omega_0 t + \phi_k] \Rightarrow$$

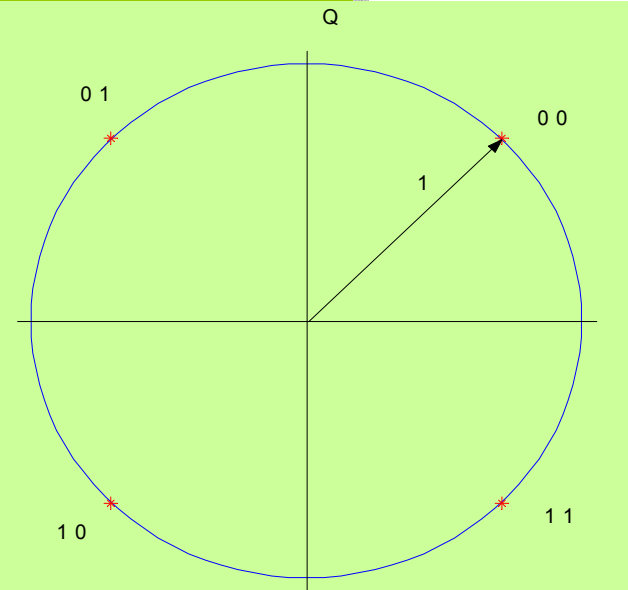
$$E(t) = (I_k + jQ_k) \cdot e^{j\omega_0 t} \Rightarrow$$

$$E(t) = \sqrt{I_k^2 + Q_k^2} \cdot e^{j(\omega_0 t + \phi_k)}$$

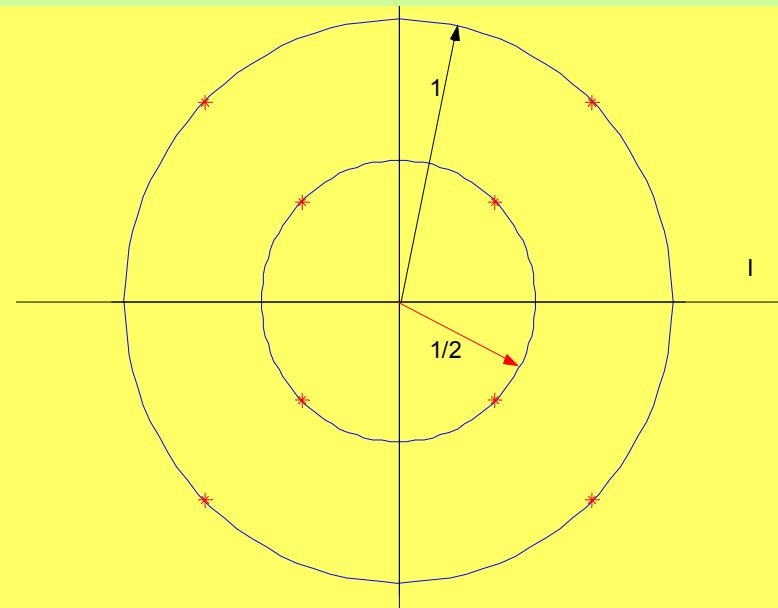
Όπου:  $\phi_k = \arctan \frac{Q_k}{I_k}$

## Εφαρμογή 4-Q.A.M. και 8-Q.A.M.

Bits	$S_k$	$I_k + jQ_k$	$E_k$	$\varphi_k$
<b>0 0 0</b>	$S_0$	$\frac{\sqrt{2}}{2} + j\frac{\sqrt{2}}{2}$	<b>1</b>	$\pi/4$
<b>0 0 1</b>	$S_1$	$-\frac{\sqrt{2}}{2} + j\frac{\sqrt{2}}{2}$	<b>1</b>	$3 \cdot \pi/4$
<b>0 1 0</b>	$S_2$	$-\frac{\sqrt{2}}{2} - j\frac{\sqrt{2}}{2}$	<b>1</b>	$5 \cdot \pi/4$
<b>0 1 1</b>	$S_3$	$\frac{\sqrt{2}}{2} - j\frac{\sqrt{2}}{2}$	<b>1</b>	$7 \cdot \pi/4$
<b>1 0 0</b>	$S_4$	$\frac{\sqrt{2}}{4} + j\frac{\sqrt{2}}{4}$	$1/2$	$\pi/4$
<b>1 0 1</b>	$S_5$	$-\frac{\sqrt{2}}{4} + j\frac{\sqrt{2}}{4}$	$1/2$	$3 \cdot \pi/4$
<b>1 1 0</b>	$S_6$	$-\frac{\sqrt{2}}{4} - j\frac{\sqrt{2}}{4}$	$1/2$	$5 \cdot \pi/4$
<b>1 1 1</b>	$S_7$	$\frac{\sqrt{2}}{4} - j\frac{\sqrt{2}}{4}$	$1/2$	$7 \cdot \pi/4$



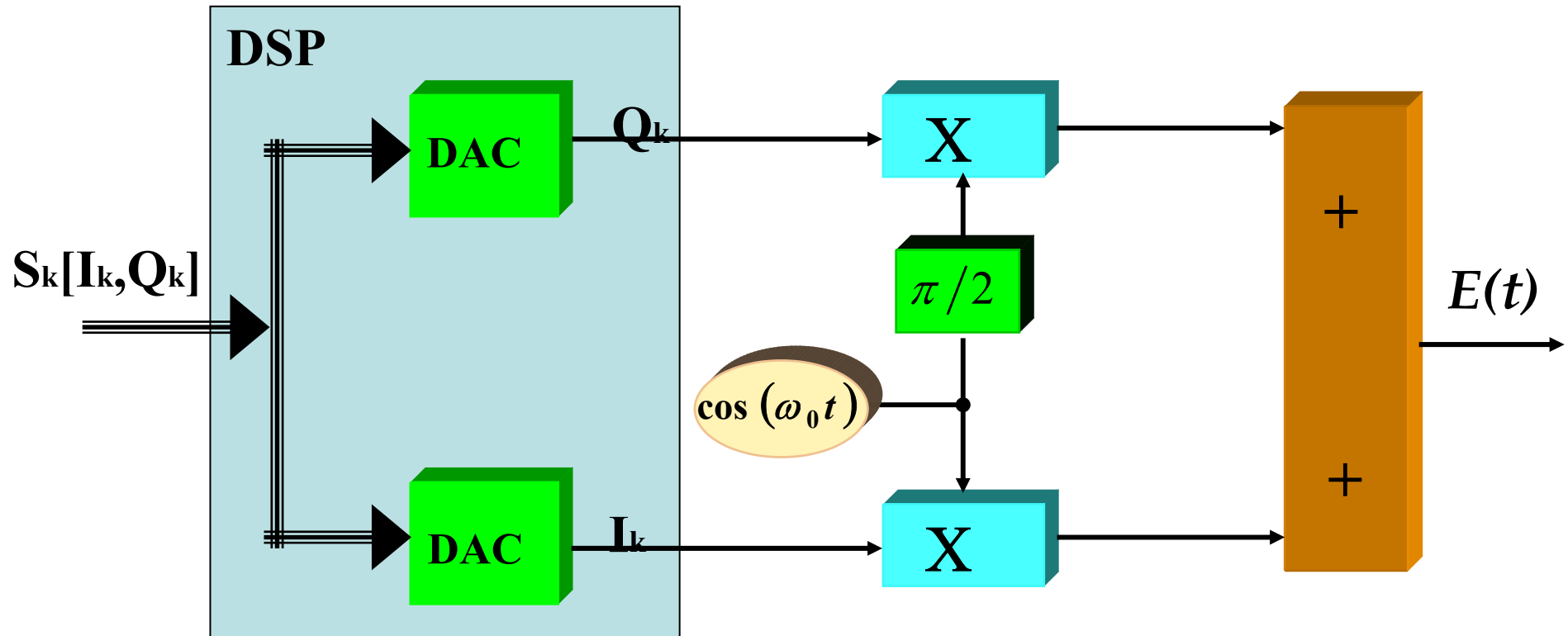
QPSK Constellation



8-QAM

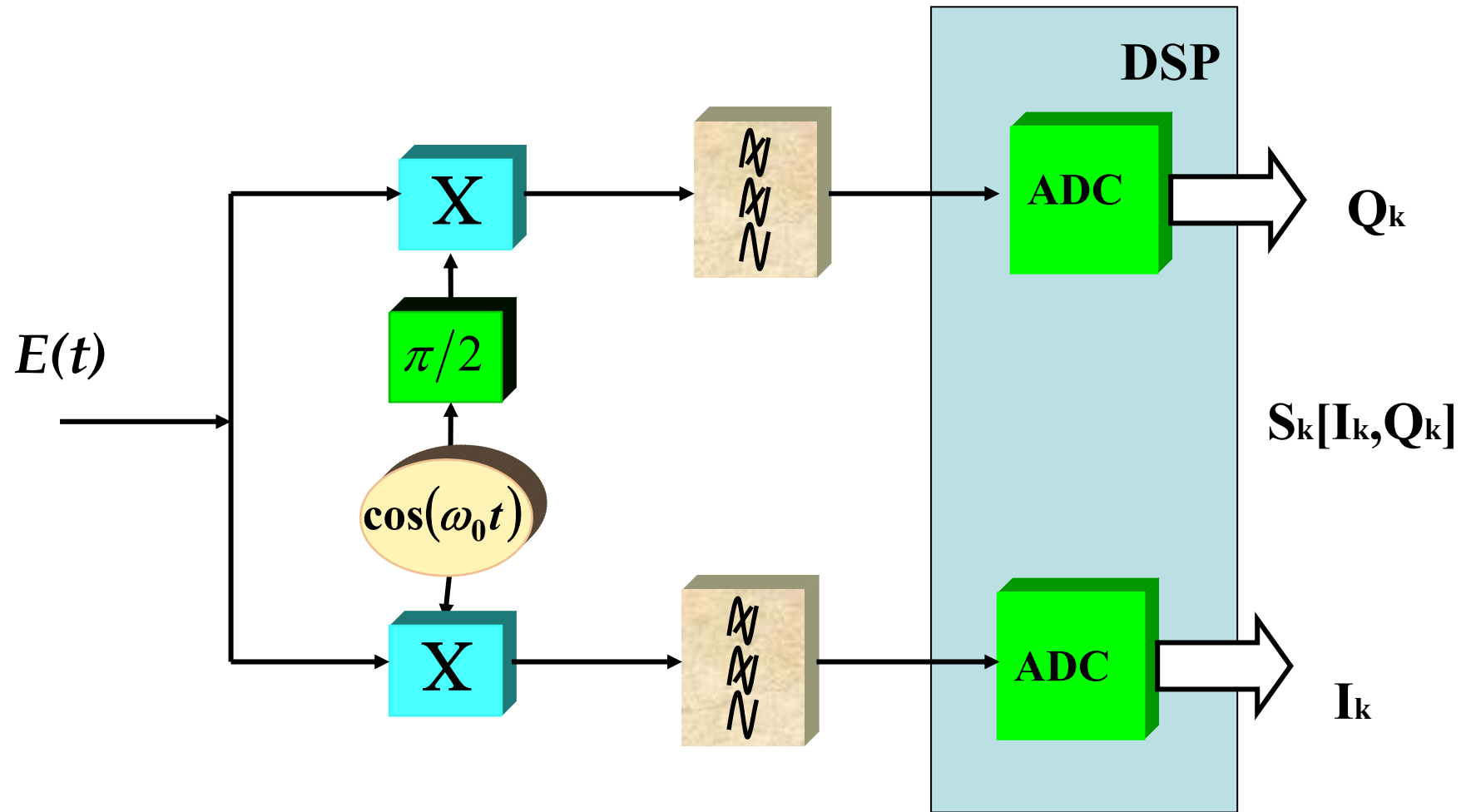
# Διαμορφώσεις M-QAM (συνέχεια) ...

Διαμορφωτής



# Διαμορφώσεις M-QAM (συνέχεια) ...

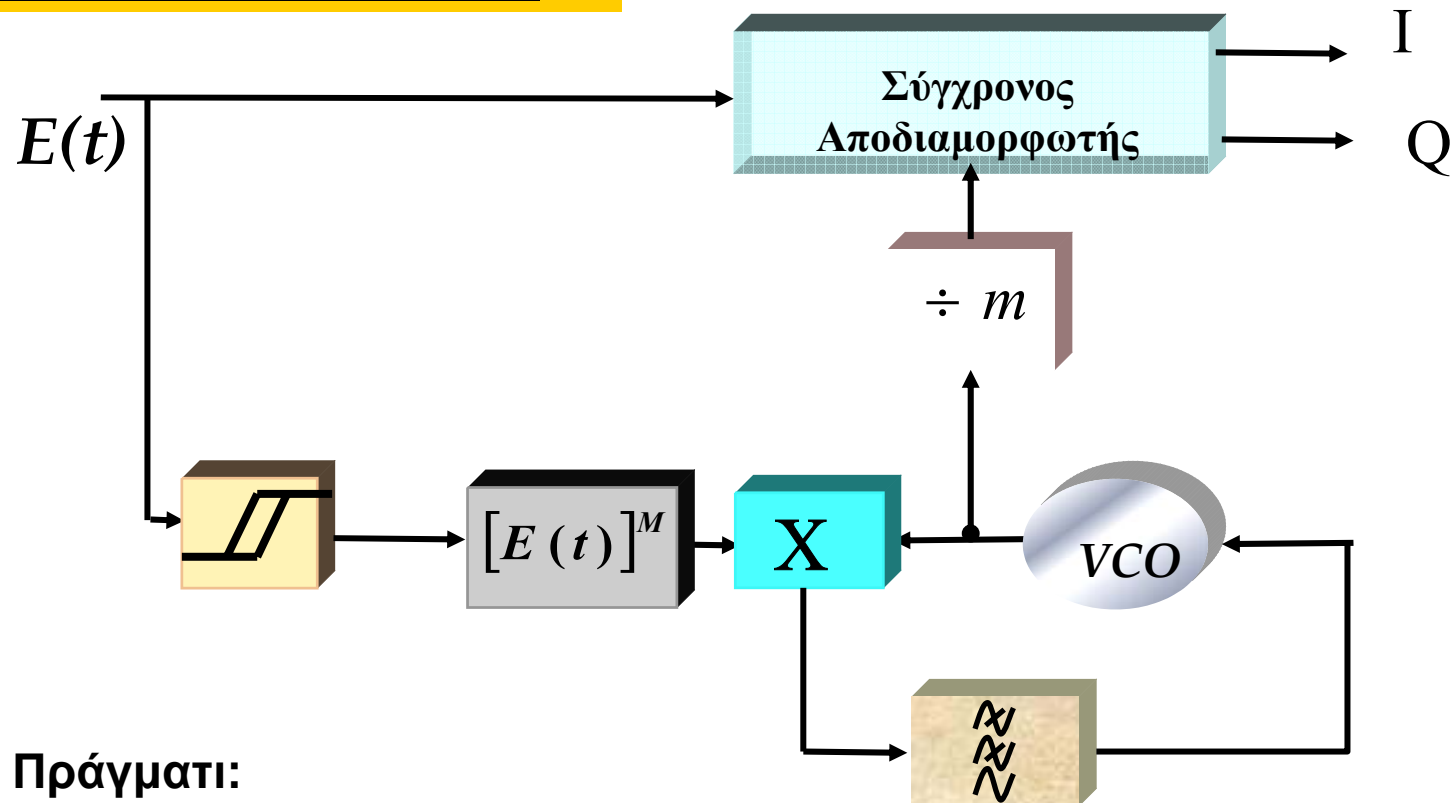
## Αποδιαμορφωτής



## Διαμορφώσεις M-QAM (συνέχεια) ...

- Απαιτήση συγχρονισμού του τοπικού φέροντος στην αποδιαμόρφωση =  
= Διαδικασία αναγέννησης του φέροντος στον πομπό

- Υψωση στη δύναμη  $m$



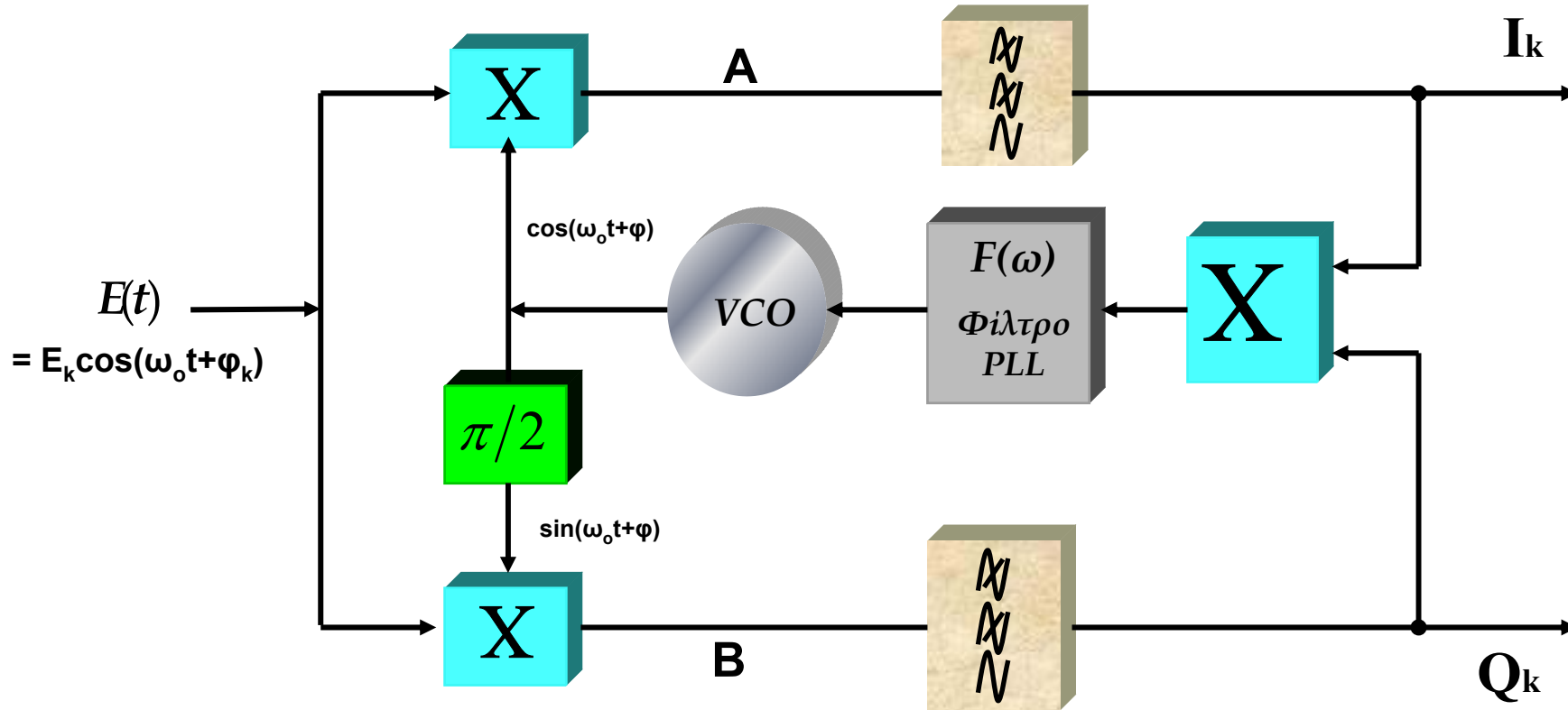
Πράγματι:

$$\cos\left(\omega_0 t + S_k \cdot \frac{2\pi}{m}\right)^m = \cos(m \cdot \omega_0 t + S_k \cdot 2\pi) = \cos(m \cdot \omega_0 t)$$



## Διαμορφώσεις M-QAM (συνέχεια) ...

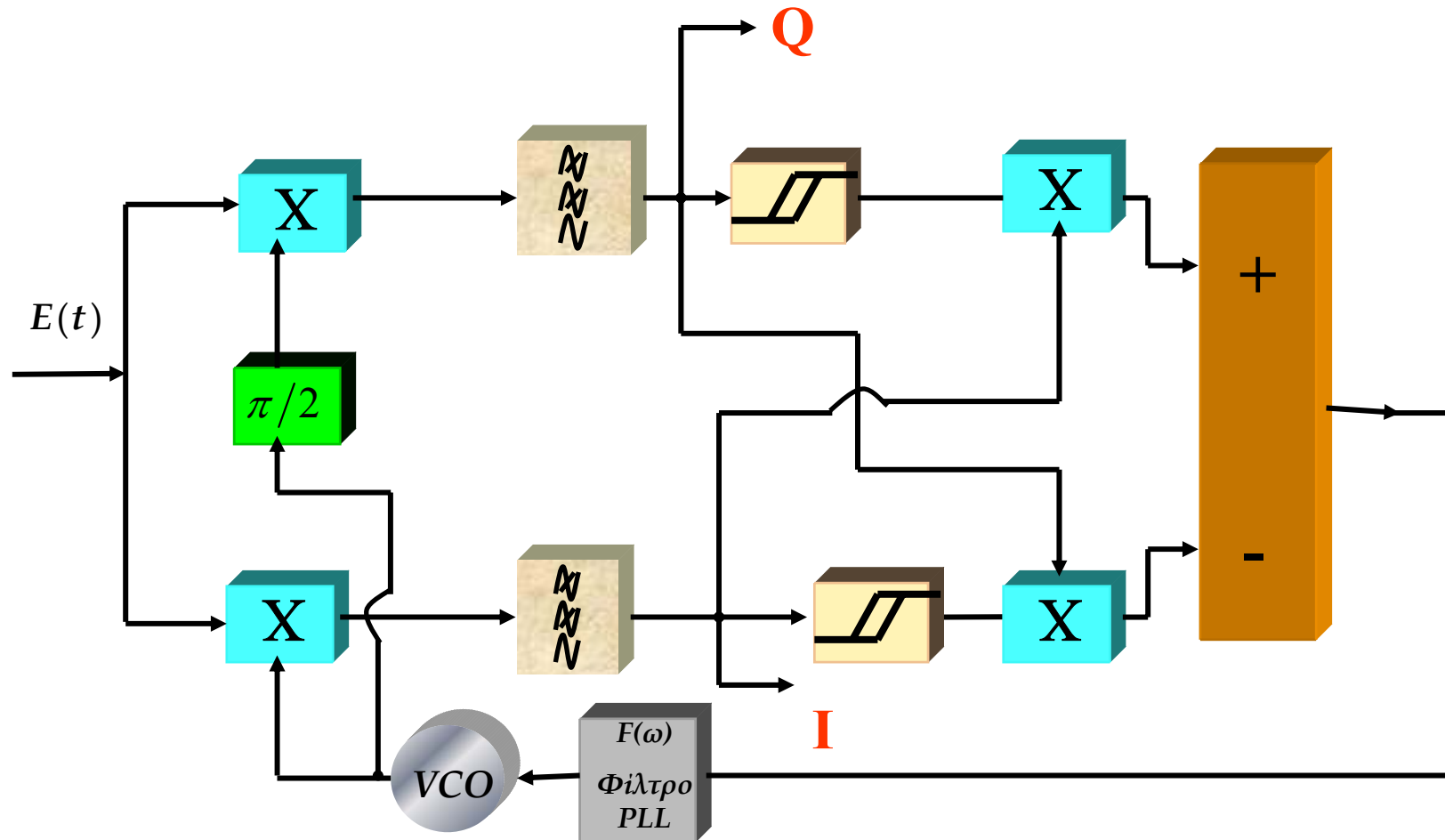
- Βρόχος Costas



Βρόχος Costas για  $M = 2$

# Διαμορφώσεις M-QAM (συνέχεια) ...

Βρόχος Costas για  $M = 4$



## Διαμορφώσεις και θόρυβος - Συγκρίσεις

- Για την σύγκριση των διαφόρων διαμορφώσεων δυαδικών και πολλαπλών συμβόλων λαμβάνονται υπόψη πολλές παράμετροι με κυριότερες:
  - Φασματική αποτελεσματικότητα (Bandwidth efficiency)
  - Αποτελεσματικότητα ισχύος (Power efficiency)
  - Η αντοχή του σήματος στον Gaussian θόρυβο
  - Αντοχή στην πολυδιαδρομική όδευση.
  - Αντοχή στις παρεμβολές (-> διάχυση του φάσματος)
  - Ευκολία κατασκευής.
  - κλπ

## Φασματική αποτελεσματικότητα

- Συμβολίζεται η.
- Μετριέται σε: bits/sec.Hz
- Στόχος: Όσο γίνεται μεγαλύτερη.

### Βασική θεώρηση

- Για τις δυαδικές (δυαδικά σύμβολα) διαμορφώσεις είδαμε ότι το εύρος ζώνης γύρω από το φέρον είναι :

$$B = 2/T_b = 2R_b,$$

με  $T_b$  η διάρκεια του bit,  $R_b$  η ταχύτητα. (ASK, PSK)

- Για τις διαμορφώσεις πολλαπλών συμβόλων, η αντίστοιχη σχέση είναι:

$$B = 2 / T_s = 2R_s$$

με  $R_s$  το symbol rate.

## Φασματική αποτελεσματικότητα (συνέχεια)

- Προφανώς, αν  $M$  τα διακριτά σύμβολα, ισχύει:

$$T_s = T_b \cdot \log_2 M = (\log_2 M) / R_b$$

$$\text{Άρα: } B = 2 R_b / \log_2 M$$

Τελικά:

$$\eta = R_b / B = 0.5 \cdot \log_2 M$$

**(M-PSK, M-DPSK, M-ASK)**

(για μεγαλύτερο  $M$  το  $\eta$  αυξάνεται)

- Για την διαμόρφωση M-FSK.

Το χρησιμοποιούμενο  $\Delta f$  για τις διάφορες συχνότητες είναι:

$$\Delta f = 2 / T_s = 2R_s \text{ άρα:}$$

$$B = 2M / T_s = 2M / T_b \cdot \log_2 M = 2M \cdot R_b / \log_2 M$$

Τελικά:  $\eta = \log_2 M / 2M$

(για μεγαλύτερο  $M$  η φασματική αποτελεσματικότητα μειώνεται)

## Ιδανικό κέρδος 'αποδιαμόρφωσης'

- Έστω  $S_i / N_i$  (με εύρος ζώνης  $B$ ) ο λόγος σήματος / θόρυβο στην είσοδο του αποδιαμορφωτή και  $S_o / N_o$  ο λόγος στην έξοδο (με εύρος ζώνης  $\beta$ ).
- Γενικά ισχύει  $B > \beta$
- Θεωρώντας την μέγιστη χωρητικότητα του καναλιού

$$C = R_{B_{\max}} = B \log_2 \left( 1 + \frac{S}{N} \right)$$

και με την υπόθεση ότι δεν υπάρχει απώλεια πληροφορίας, αποδεικνύεται ότι:

$$S_o / N_o = (S_i / N_i)^{(B/\beta)}$$

## Η συμπεριφορά του σήματος ως προς τον θόρυβο

- Θόρυβος κβάντισης του βασικού σήματος.
  - Αποδεικνύεται ότι  $(S/N)_{κβ} \sim M^2 (= q^2/12)$   
 $M=2^n$  άρα για κάθε προστιθέμενο bit ο λόγος  $(S/N)_{κβ}$  αυξάνεται κατά 6 db.
- Θόρυβος στο τηλεπικοινωνιακό κανάλι
  - Λευκός Gaussian θόρυβος (**Additive White Gaussian Noise – AWGN**).
  - Παρεμβολές

## Λευκός Gaussian θόρυβος (Additive White Gaussian Noise – AWGN).

$p(x) = (1/\sigma\sqrt{2\pi}) \cdot \exp[-(x^2/2\sigma^2)]$  (πυκνότητα πιθανότητας το πλάτος του θορύβου να είναι  $(x, x+dx)$ )

$\sigma^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} (1/T) \int_{-T/2}^{T/2} n^2(t) dt$  (μέση ισχύς του θορύβου)

$\overline{n(t)} = 0$  (μέση τιμή του πλάτους)

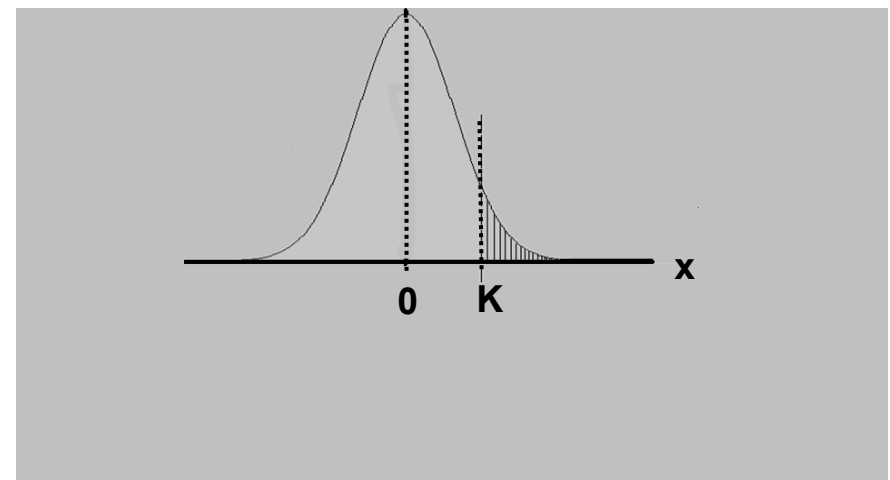
$\sigma^2 = N_o F_B$  ( $N_o$  η φασματική πυκνότητα του θορύβου – σταθερή- και  $F_B$  το ισοδύναμο εύρος ζώνης του θορύβου)

$P(x > K) = \int_K^{\infty} p_1(y) dy$  (η πιθανότητα το πλάτος του θορύβου να είναι  $x > K$ )

**Αποδεικνύεται ότι:**

$$P(x > K) = Q(K/\sigma\sqrt{2})$$

Όπου:  $Q(a) = \text{erfc}(a) = (1/\sqrt{\pi}) \int_a^{\infty} \exp(-x^2) dx$



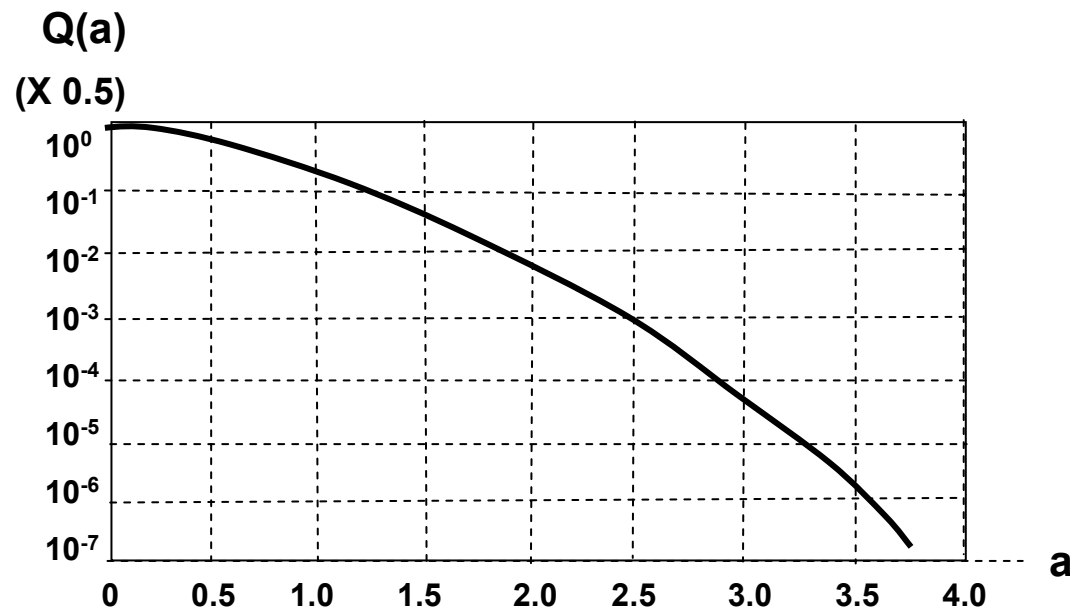


## Λευκός Gaussian θόρυβος (Additive White Gaussian Noise – AWGN) (συνέχεια.....)

Η  $Q(a) = \text{erfc}(a)$  είναι φθίνουσα συνάρτηση .

-  $Q(0) = 1/2$

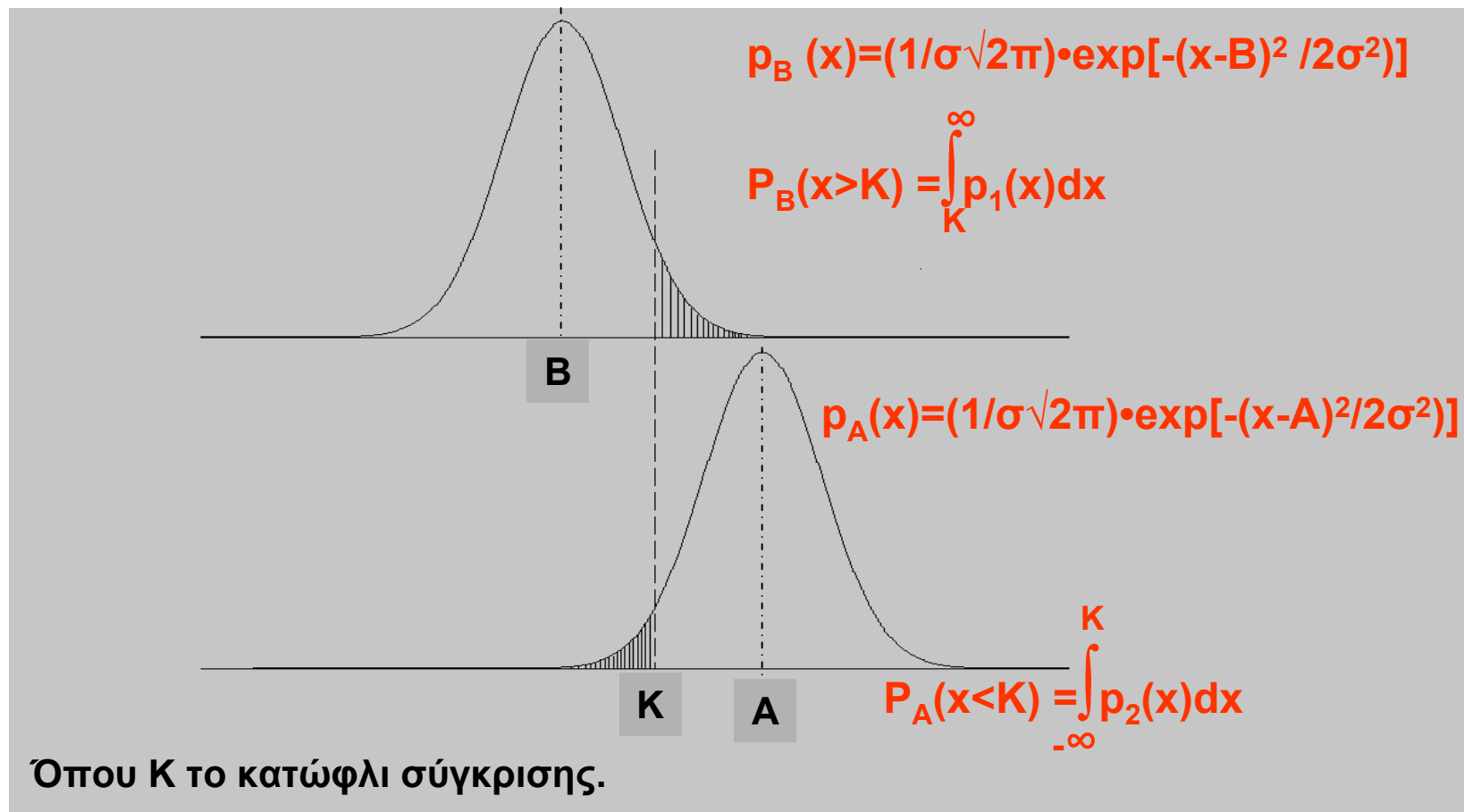
- Όσο το  $K$  αυξάνει ή το  $\sigma$  μικραίνει η τιμή της  $Q$  μειώνεται



## Η συμπεριφορά του σήματος ως προς τον θόρυβο (συνέχεια....)

- **AWGN**

Η πιθανότητα εκτίμησης λάθους υπολογίζεται από τις σχέσεις:



## Εκτίμηση λάθους στον δέκτη

- $P_e = P_{\text{trA}} \cdot P_B + P_{\text{trB}} \cdot P_A$

Αν  $P_{\text{trA}} = P_{\text{trB}} = 1/2$  τότε  $P_e = 1/2 \cdot (P_A + P_B)$

Επίσης αν:  $K = (A+B) / 2$

τότε:

$$P_e = \int_{(A+B)/2}^{\infty} [1/\sigma\sqrt{2\pi}] \cdot \exp[-(x-B)^2 / 2\sigma^2] dx = Q[(A-B)/\sigma\sqrt{2}]$$

## ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ:

### 1) Διάδοση βασικής ζώνης χωρίς φίλτρο.

- Αν το βασικό σήμα είναι NRZ (0 , A) τότε:

$$K = A/2 \quad \text{και} \quad P_e = Q(A/\sigma\sqrt{2})$$

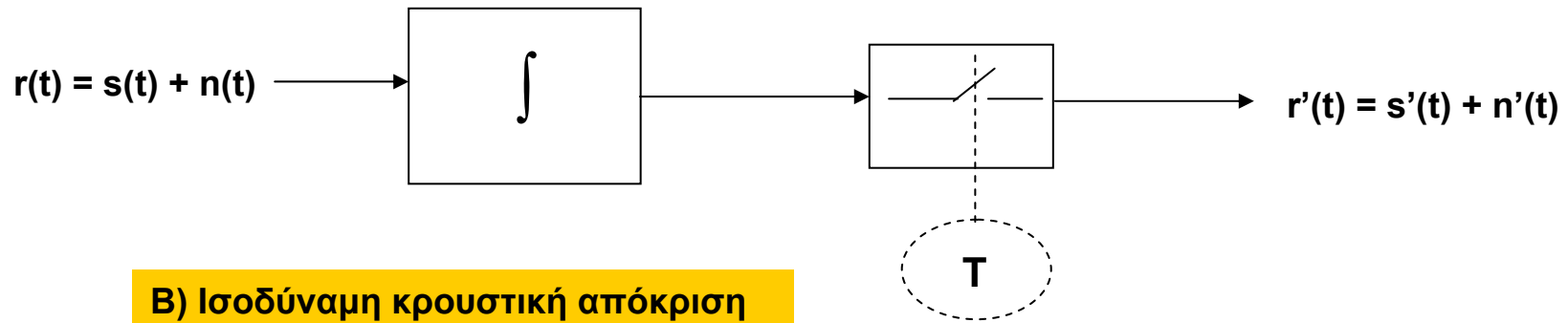
- Αν το βασικό σήμα είναι διπολικό (-A, A) τότε:

$$K = 0 \quad \text{και} \quad P_e = Q(A/\sigma\sqrt{2})$$

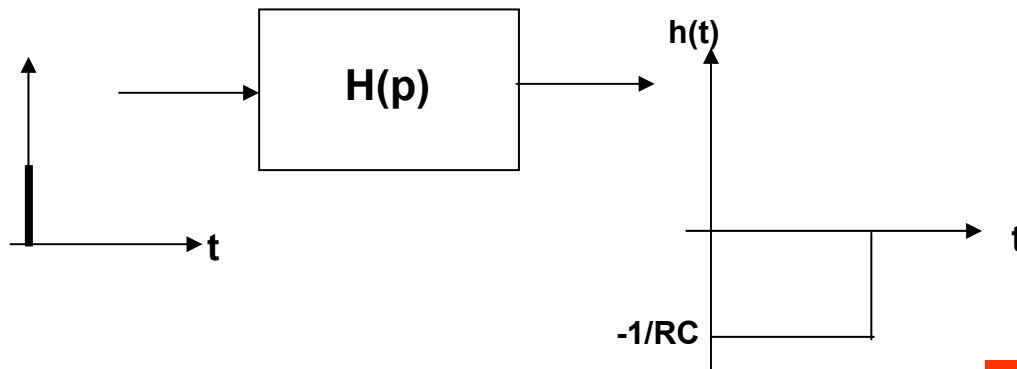
## Παραδείγματα (συνέχεια....)

### 2) Χρήση προσαρμοσμένου φίλτρου

#### A) Λειτουργία



#### B) Ισοδύναμη κρουστική απόκριση



#### Γ) Συνάρτηση μεταφοράς του φίλτρου:

$$H(f) = (-T/RC) \cdot \text{sinc}(\pi f T) \cdot e^{-j\pi f T}$$

## Χρήση προσαρμοσμένου φίλτρου – συνέχεια.....

-  $s'(t) = -AT/RC$  (A η τιμή του s(t) στην είσοδο)

- Ο θόρυβος:

$$\sigma_o^2 = \int N_o |H|^2 df = (N_o T / \pi R^2 C^2) \int \text{sinc}^2 x dx = N_o T / \pi R^2 C^2$$

Τελικά:

$$P_e' = \text{erfc}(AT/RC\sigma_o\sqrt{2}) = \text{erfc}(A\sqrt{T/N})$$

**ΑΠΟΔΕΙΚΝΥΕΤΑΙ ότι:**

Η κρουστική απόκριση του προσαρμοσμένου φίλτρου για οποιαδήποτε εφαρμογή είναι:

$$h(t) = s(T-t)$$

Η χρήση του μεγιστοποιεί το S/N και ελαχιστοποιεί την πιθανότητα λάθους στον δέκτη

## Αποτελεσματικότητα ισχύος (Power efficiency)

- Για να συγκρίνουμε τους διάφορους τύπους διαμορφώσεων γίνεται αναφορά στον λόγο  $E_b / N_o$  ,  
*[όπου  $E_b$  η ενέργεια του σήματος ανά bit και  $N_o$  η φασματική πυκνότητα του θορύβου (λευκού)],*  
που απαιτείται για να εξασφαλιστεί συγκεκριμένο bit error probability.
- Αυτό σημαίνει ότι πρέπει να γίνει κάθε φορά αναγωγή του symbol error probability σε b.e.p.  
και  
αναγωγή του λόγου  $E_s / N_o$  σε  $E_b / N_o$  .

## Αποτελεσματικότητα ισχύος (συνέχεια)

- Προφανώς ισχύει:

$$E_s = E_b \cdot \log_2 M \quad \text{άρα} \quad E_s / N_o = (\log_2 M) \cdot (E_b / N_o)$$

- Μια άλλη πολύ βασική σχέση είναι αυτή που συνδέει το λόγο S/N με το  $E_b / N_o$

$$S/N = E_s / T_s \cdot N_o \cdot B = E_b / T_b \cdot N_o \cdot B = \eta \cdot (E_b / N_o)$$

*(δεδομένου ότι  $T_s = T_b \log_2 M$ )*

- Ο ακριβής υπολογισμός (αναγωγή) του symbol error probability σε bit error probability είναι δύσκολος.

- Στην περίπτωση των M-ASK και M-PSK προσεγγιστικά ισχύει

$$P_s = P_b \cdot \log_2 M$$

- Στην περίπτωση των M-FSK ισχύει προσεγγιστικά:

$$P_s = P_b \cdot 2(M-1) / M$$

- Η bit error probability, που είναι συνάρτηση του S/N συγκρίνεται, συχνά σε γραφικές παραστάσεις ως προς τον λόγο  $E_b / N_o$  του βασικού σήματος (base band) της πληροφορίας.



## Σύγκριση Διαμορφώσεων

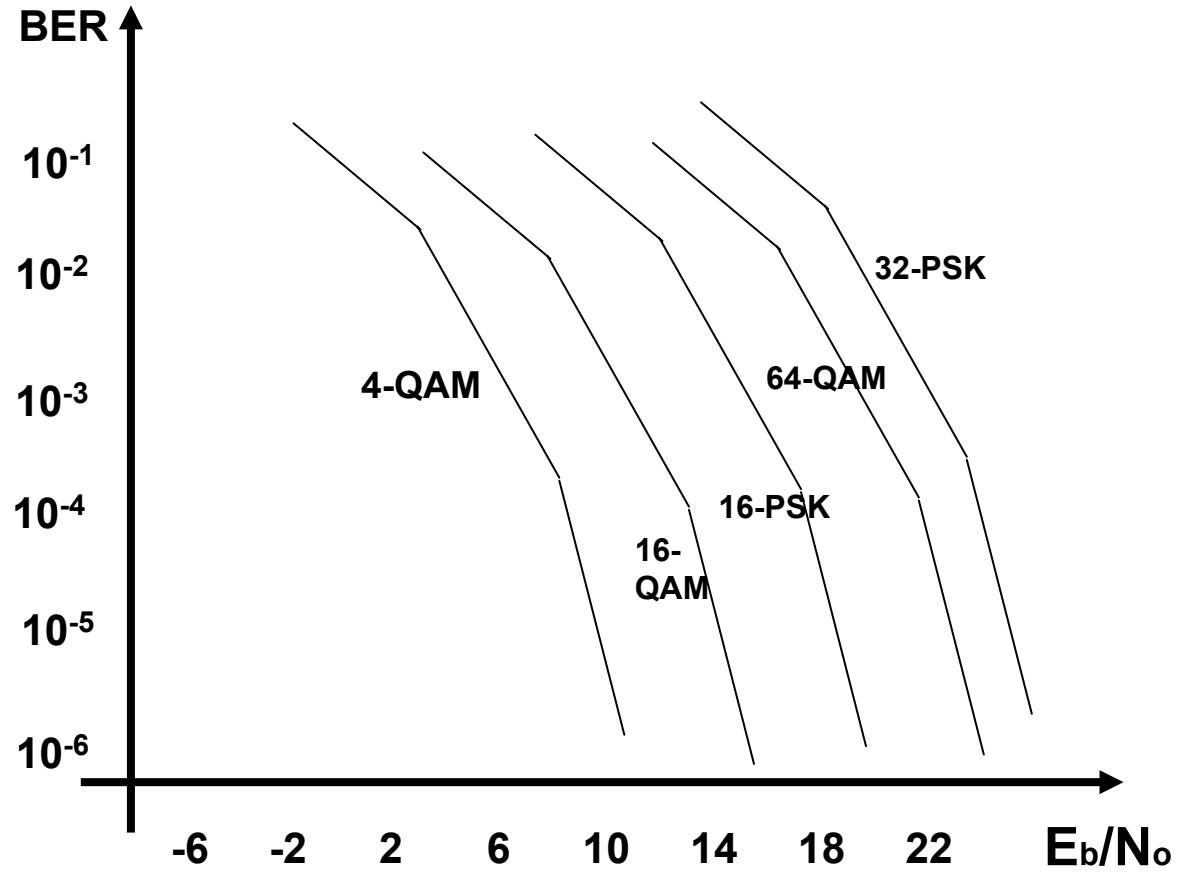
Διαμόρφωση	Αποτελεσματικότητα
ASK	0.5 (1)
BPSK	0.5 (1)
FSK	<0.4 (<0.8)
MSK	0.4 (0.8)
QPSK	2
16 QAM	4
32QAM	5
64QAM	6
256QAM	8

## Σύγκριση Διαμορφώσεων

- Ο απαραίτητος λόγος  $E_b / N_o$  για το ίδιο ber (σε dB):

Τύπος Διαμ/σης	2	4	8	16	32	64
M-ASK	10	14	18			
M-PSK	10	10	14	18	23	
M-QAM		10		13		18
M-FSK	12	10	8	7	6	5.8

# Σύγκριση των διαμορφώσεων

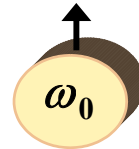


# Πολυπλεξία Διαμορφώσεων M-QAM

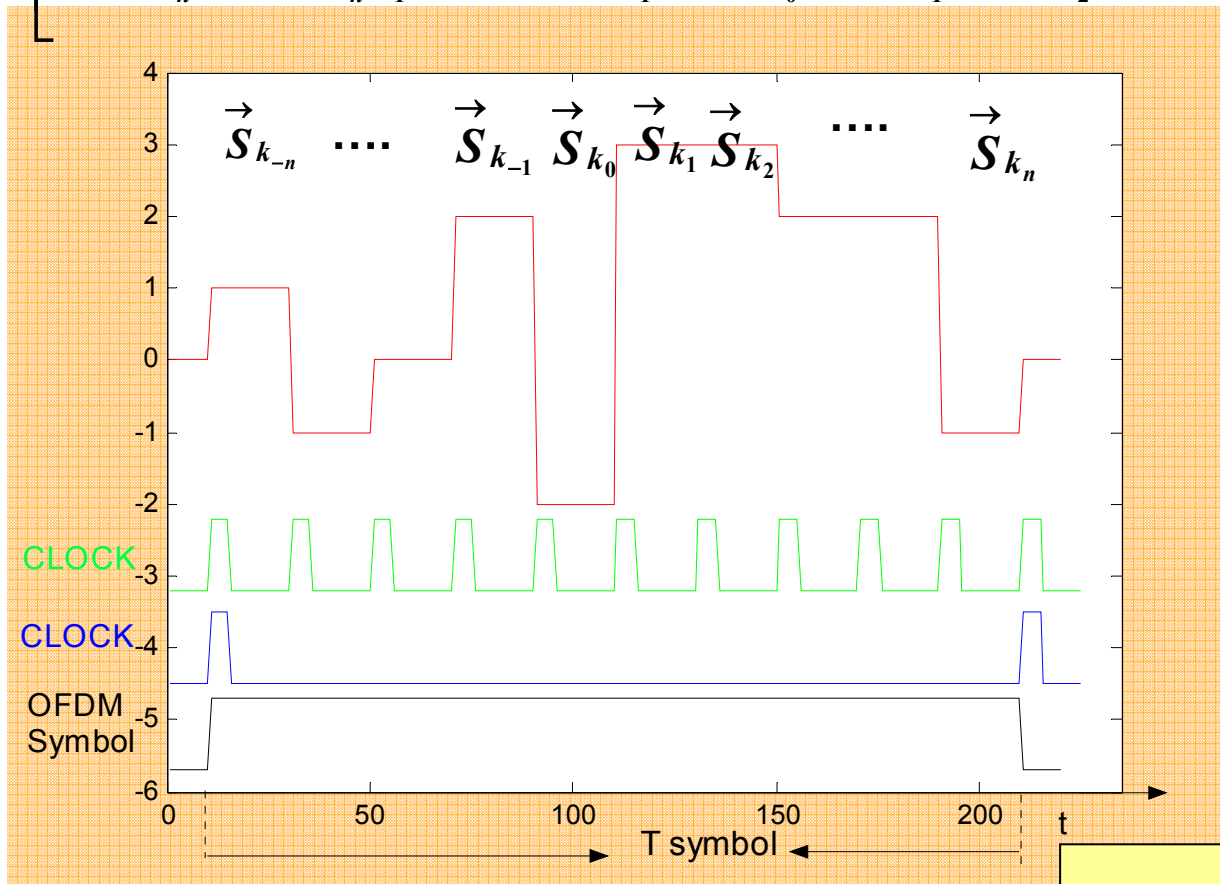
Απλή M-QAM:



Παράλληλες M-QAM:

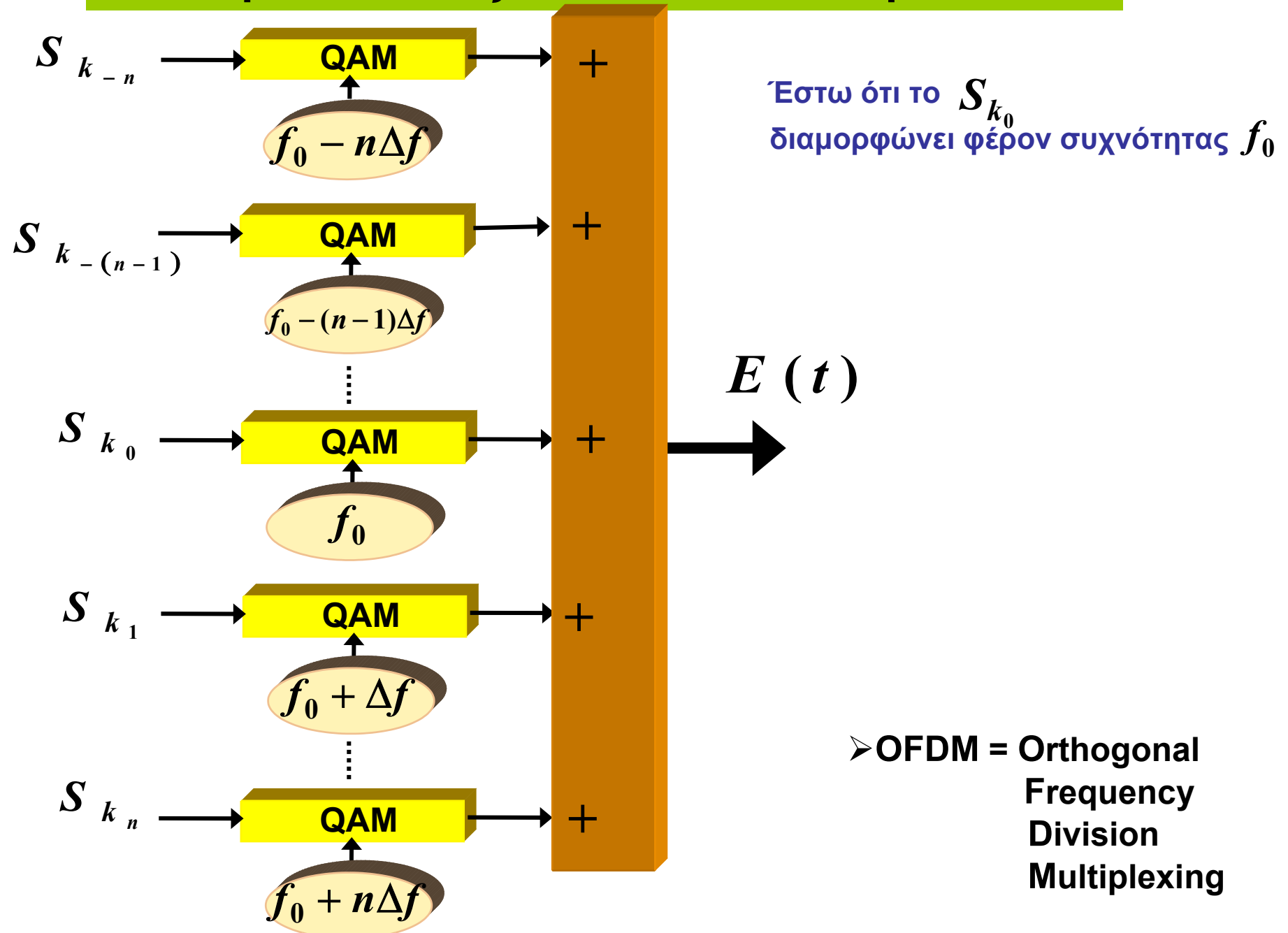


$$\left[ \vec{S}_k \right] \Rightarrow \left[ \vec{S}_{k-n}, \vec{S}_{k-n-1}, \dots, \vec{S}_{k-1}, \vec{S}_{k_0}, \vec{S}_{k_1}, \vec{S}_{k_2}, \dots, \vec{S}_{k_n} \right]$$



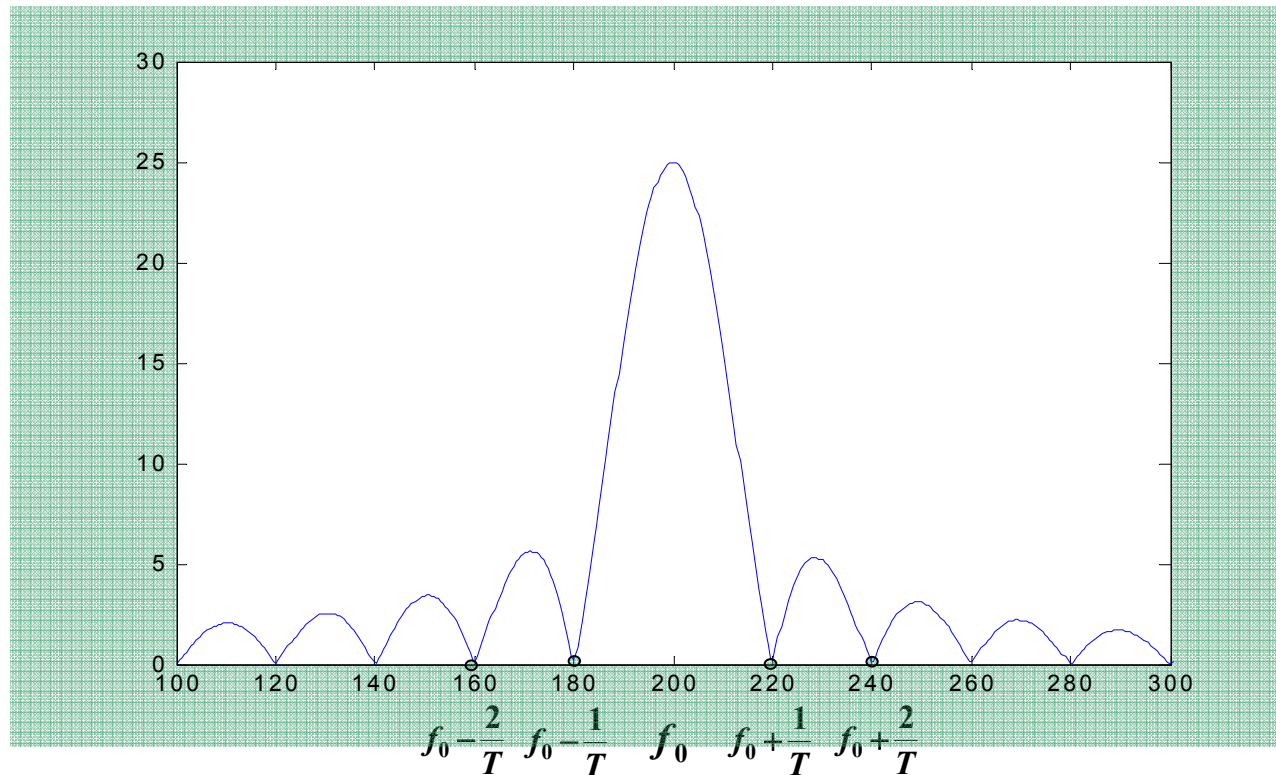
$T_{sym} = 50 \mu s$

# Από την πολυπλεξία των M-QAM στην OFDM ...



## OFDM συνέχεια ....

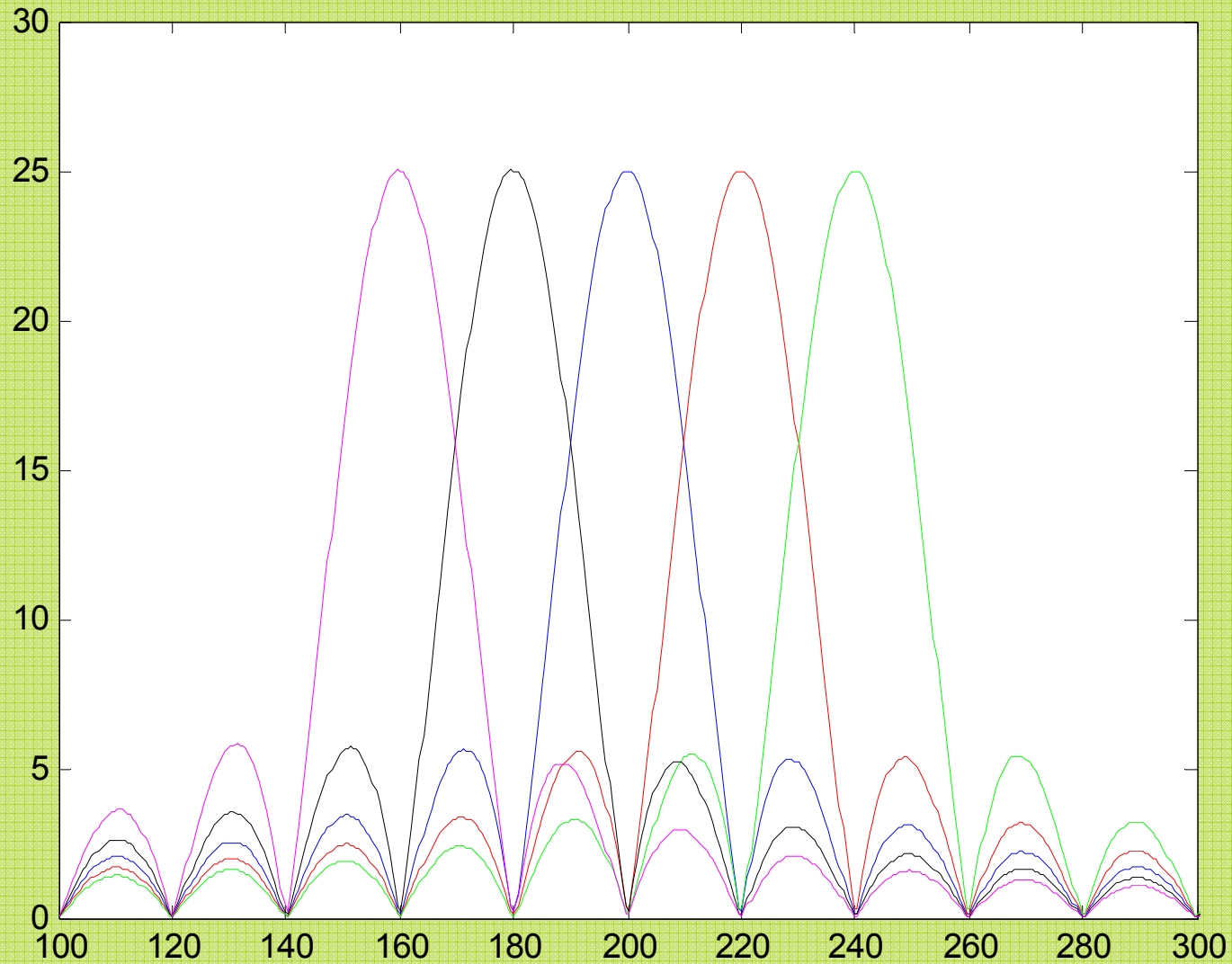
Θεωρώντας το φάσμα του ταλαντωτή  $f_0$  που διαμορφώνεται από το  $S_{k_0}$ , για διάρκεια  $T$  έχουμε:



➤ Έχει ενδιαφέρον το μέγεθος  $\Delta f$  (των προηγούμενων ταλαντωτών) να επιλεγεί:

$$\Delta f = \frac{1}{T} \Rightarrow \text{Τότε τα φέροντα είναι ορθογώνια.}$$

## OFDM συνέχεια ....



Φάσμα ορθογώνιων φερόντων

## Γρήγορη Μαθηματική Ανάλυση της OFDM...

$$\begin{aligned}
 E(t) &= \vec{S}_{k_{-n}} e^{j(\omega_0 - 2\pi n/T)t} + \vec{S}_{k_{-(n-1)}} e^{j(\omega_0 - 2\pi(n-1)/T)t} + \dots \\
 &\dots + \vec{S}_{k_{-1}} e^{j(\omega_0 - 2\pi/T)t} + \vec{S}_{k_0} e^{j\omega_0 t} + \vec{S}_{k_1} e^{j(\omega_0 + 2\pi/T)t} + \dots \\
 &\dots + \vec{S}_{k_n} e^{j(\omega_0 + 2\pi n/T)t} \Rightarrow
 \end{aligned}$$

$$E(t) = \sum_{i=-n}^{i=n} \vec{S}_{k_i} e^{j(\omega_0 + 2\pi i/T)t}$$

Άρα:

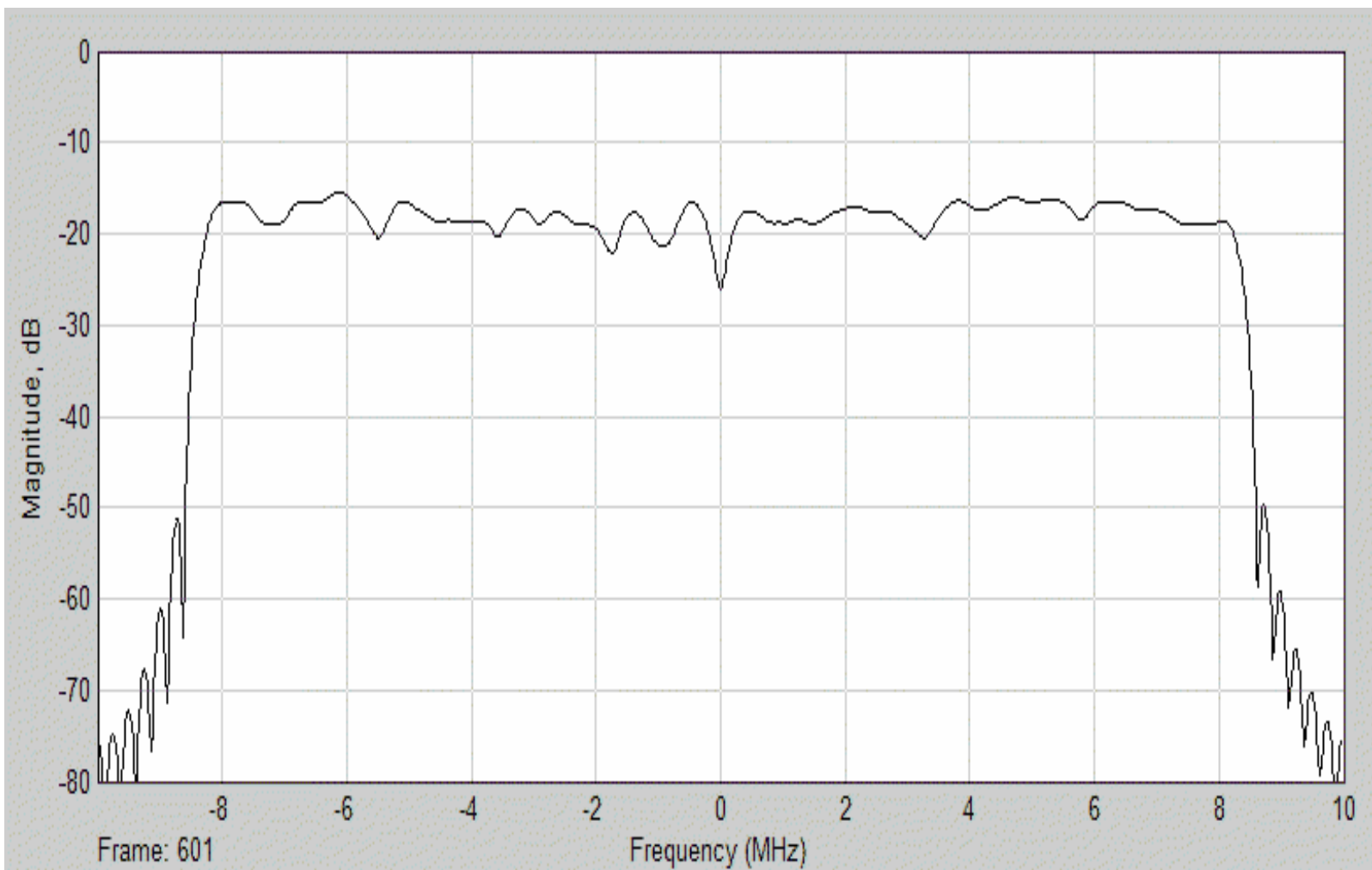
$$E(t) = \left[ \sum_{i=-n}^{i=n} \vec{S}_{k_i} e^{j\left(\frac{2\pi}{T}i\right)t} \right] \cdot e^{j(\omega_0 t)}$$

$S_k(t)$

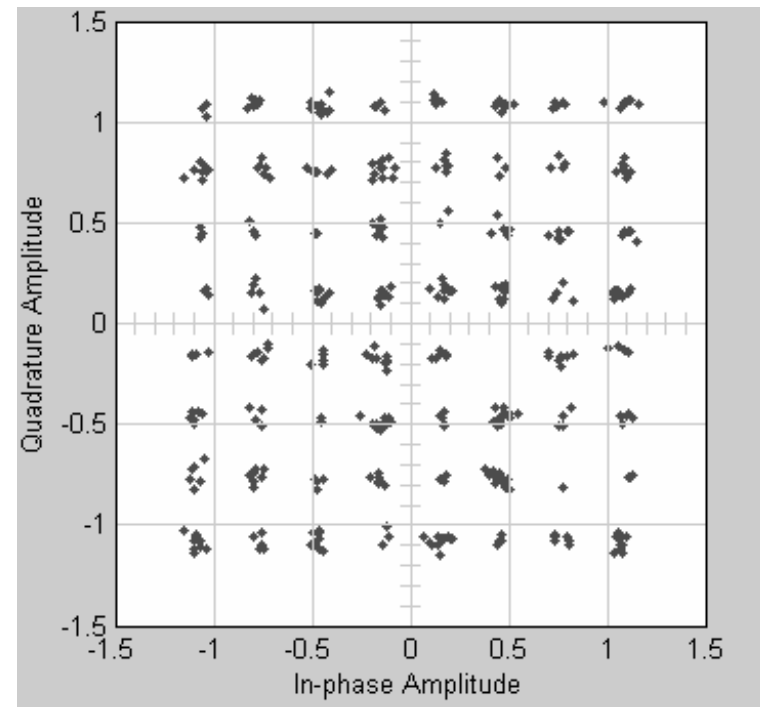
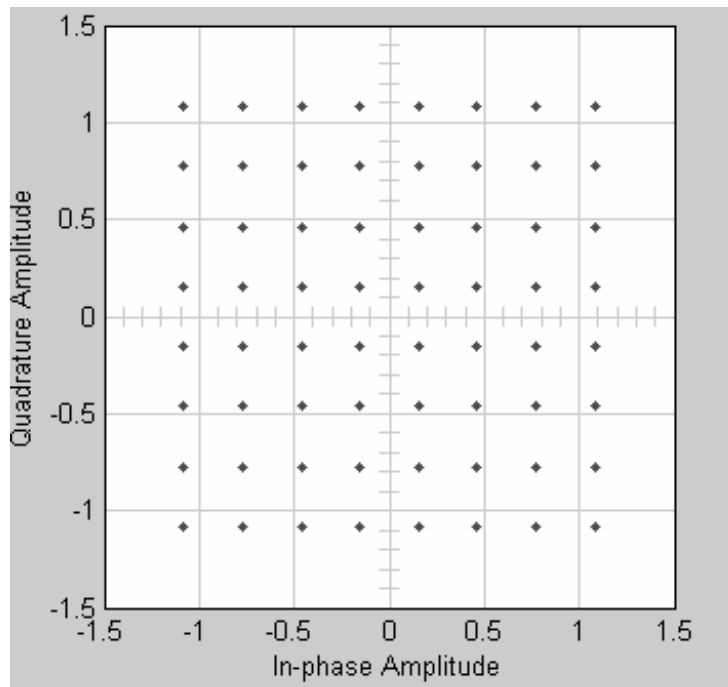
Η συνάρτηση αυτή είναι ο Αντίστροφος Μετασχηματισμός Fourier των δεδομένων.

$\rightarrow S_{k_i}$






# Αστερισμοί παρουσία ή μη θορύβου

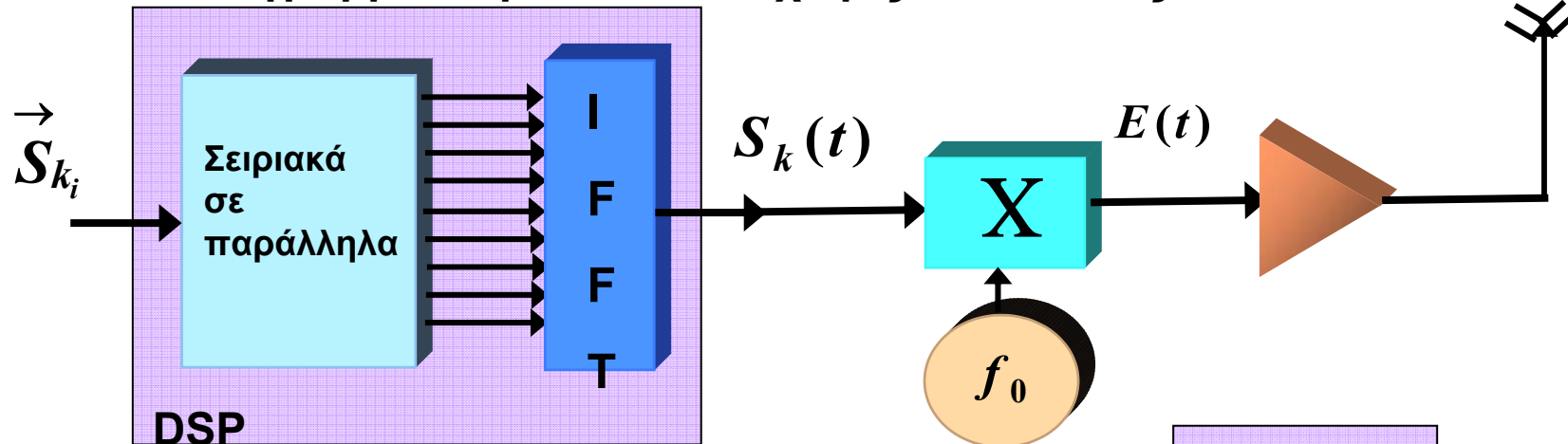


# Υλοποίηση της OFDM

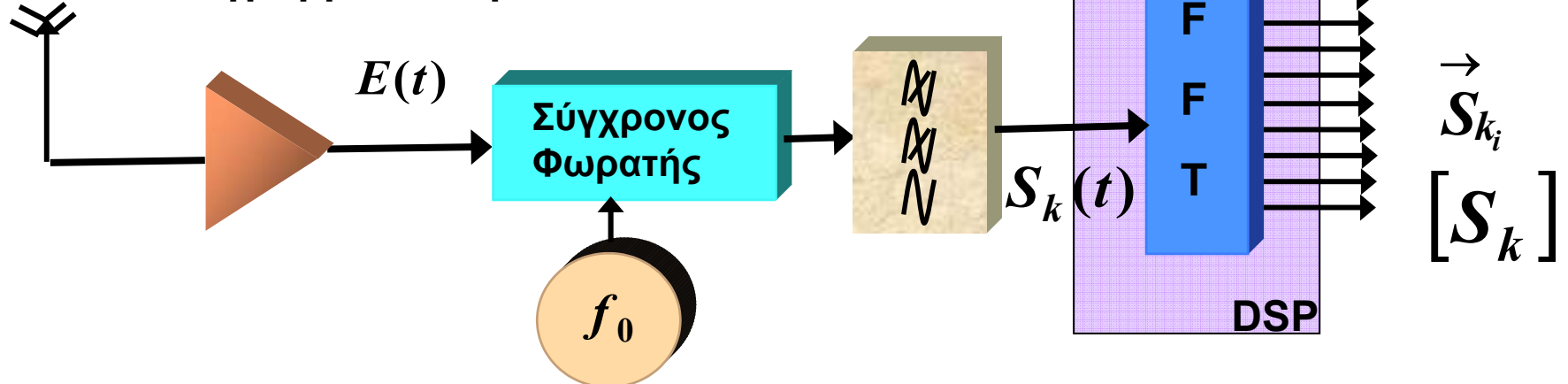
➤ Υλοποίηση της OFDM με γρήγορους αλγορίθμους F.F.T. και I.F.F.T.

▪ Όταν είναι γνωστά τα  $S_{k_i}$  → 

➤ Γενικό διάγραμμα πομπού OFDM χωρίς ταλαντωτές:



➤ Γενικό διάγραμμα δέκτη OFDM:



## Βασικοί παράμετροι στην OFDM

- Πλήθος φερόντων.
- Εύρος ζώνης του προς μετάδοση σήματος.
- Διάρκεια του συμβόλου OFDM.
- Τρόπος κωδικοποίησης (γένεση των μιγαδικών αριθμών).
- Είδος διαμόρφωσης M-QAM.
- Μορφή των παλμών (συναρτήσεις των συμβόλων): Τετραγωνική, Raised Cosine.
- Τρόπος υλοποίησης των IFFT και FFT (πλήθος όρων, ταχύτητα επεξεργασίας).

## Πλεονεκτήματα της OFDM

- Εξοικονόμηση φάσματος ως προς την ίδια αποτελεσματικότητα.
- Αντοχή στην πολυδιαδρομική διάδοση (πρόβλημα διαφορετικού μήκους διαδρομών).
- Αντοχή στον κρουστικό θόρυβο.

## Μειονεκτήματα

- Μεγέθη όπως το Coherence time και Coherence bandwidth του διαύλου επηρεάζουν αντιφατικά την διάδοση.
- Μέγιστη ισχύς (λόγος μέγιστης ισχύος / μέση ισχύ).
- Απαιτεί γρήγορους αλγόριθμους (DSPs, FPGA, ASICs).

# OFDM (συνέχεια)

- Απαιτήσεις συγχρονισμού (στον πομπό και τον δέκτη).
  - Σταθερότητα συχνοτήτων.
  - Ευαισθησία στις διαφοροποιήσεις φάσεων.
  - Αιχμές ισχύος (peak power problem)
- 
- Χρήση Guard time - cyclic prefix
  - Εξισορρόπηση καναλιού
  - Χρήση πιλότων
  - Ειδική κωδικοποίηση

**Βιβλιογραφία: OFDM for wireless multimedia Communications.  
Richard Van Nee, Ramjee Prasad, Artech House**

# Παράμετροι OFDM

Χρόνος Cyclic Prefix :

$$T_{CP} = 4 \times \tau_{\text{max delay spread}}$$

Συνολική διάρκεια OFDM  
συμβόλου :

$$T_{OFDM} = 5 \times T_{CP} \quad \text{or} \quad T_{OFDM} = 6 \times T_{CP}$$

Διάστημα απόστασης  
μεταξύ των υποφέροντων :

$$\Delta f = \frac{1}{T_{IFFT}} = \frac{1}{T_{useful}} = \frac{1}{T_{OFDM} - T_{CP}} = \frac{Fs}{N}$$

Συνολικό εύρος ζώνης :

$$B = N_D \cdot \Delta f$$

OFDM baud rate :

$$SR_{OFDM} = \frac{1}{T_{OFDM}}$$

Ταχύτητα πληροφορίας  
(bit rate):

$$R = N_{CB} \times \text{CodeRate} \times SR_{OFDM}$$

## IEEE 802.11a: Data rate και παράμετροι διαμόρφωσης

Data rate (Mbps)	Modulation	Coding rate	Coded bits per subcarrier ( $\log_2 M$ )	Coded bits per OFDM symbol ( $N_{CB}$ )	Data bits per OFDM symbol ( $N_{DB}$ )
6	BPSK	$\frac{1}{2}$	1	48	24
9	BPSK	$\frac{3}{4}$	1	48	36
12	QPSK	$\frac{1}{2}$	2	96	48
18	QPSK	$\frac{3}{4}$	2	96	72
24	16-QAM	$\frac{1}{2}$	4	192	96
36	16-QAM	$\frac{3}{4}$	4	192	144
48	64-QAM	$\frac{2}{3}$	6	288	192
54	64-QAM	$\frac{3}{4}$	6	288	216

# Διαμορφώσεις Διάχυτου Φάσματος

- Το μεταδιδόμενο σήμα καταλαμβάνει εύρος ζώνης πολύ μεγαλύτερο από το bit rate της πληροφορίας και μάλιστα είναι ανεξάρτητο από αυτό.
- Η διάχυση του φάσματος επιτυγχάνεται με την χρήση ενός βοηθητικού ψηφιακού σήματος με bit rate πολύ μεγαλύτερο του ωφέλιμου σήματος.
- Η αποδιαμόρφωση περιλαμβάνει ένα πρώτο στάδιο αναίρεσης της διάχυσης (συσχέτιση του λαμβανόμενου σήματος με το ίδιο βοηθητικό σήμα) και στην συνέχεια αποδιαμόρφωση της ωφέλιμης πληροφορίας.

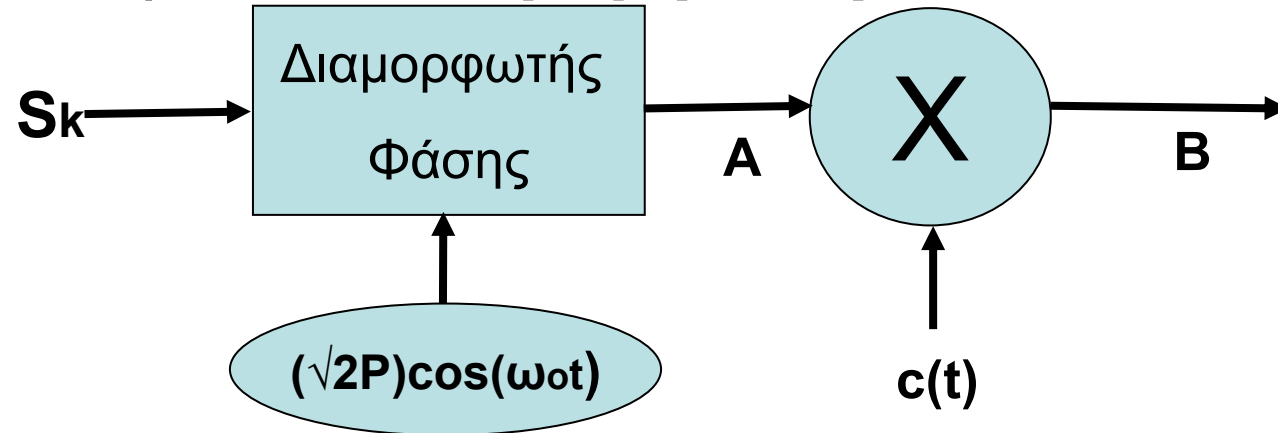


# Τεχνικές διάχυσης του φάσματος

- Οι τεχνικές διάχυσης του φάσματος θεραπεύουν διάφορα προβλήματα των επικοινωνιών.
- Για να εκφραστεί η καλύτερευση κάποιων παραμέτρων σε συστήματα ομοειδή με ή χωρίς Spread Spectrum χρησιμοποιείται στην βιβλιογραφία ο όρος processing gain.
- Χρησιμοποιούνται διάφορες τεχνικές διάχυσης του φάσματος.
  - Direct-Sequence (DS)
  - Frequency-Hopping (FH)
  - Υβριδικές διαδικασίες (συνδυασμός των προηγούμενων)

# Μέθοδος Direct - Sequence

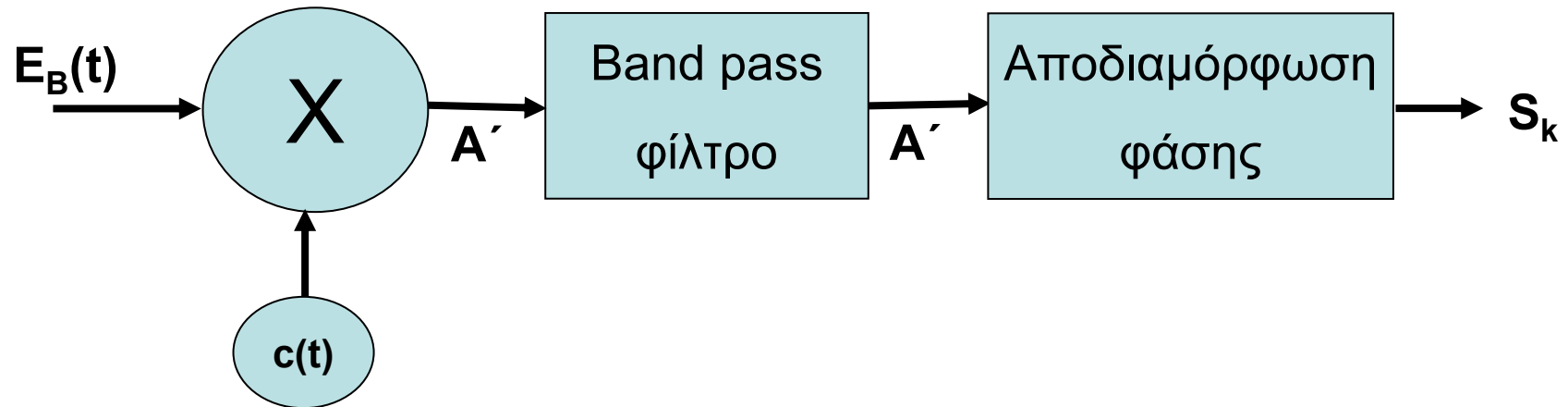
- Η διάχυση του φάσματος επιτυγχάνεται με την χρήση διαμόρφωσης PSK του ήδη διαμορφωμένου με την πληροφορία φέροντος μέσω ενός βοηθητικού σήματος  $c(t)$ . Η απλούστερη υλοποίηση είναι με διπολικό σήμα ( $\pm 1$ ). Δηλαδή **BPSK διαμόρφωση**.



$$\text{A: } E_A(t) = (\sqrt{2P}) \cdot \cos[\omega_0 t + \theta(t)]$$

$$\text{B: } E_B(t) = (\sqrt{2P}) \cdot c(t) \cdot \cos[\omega_0 t + \theta(t)]$$

# BPSK Direct Sequence (απο-διάχυση και αποδιαμόρφωση)



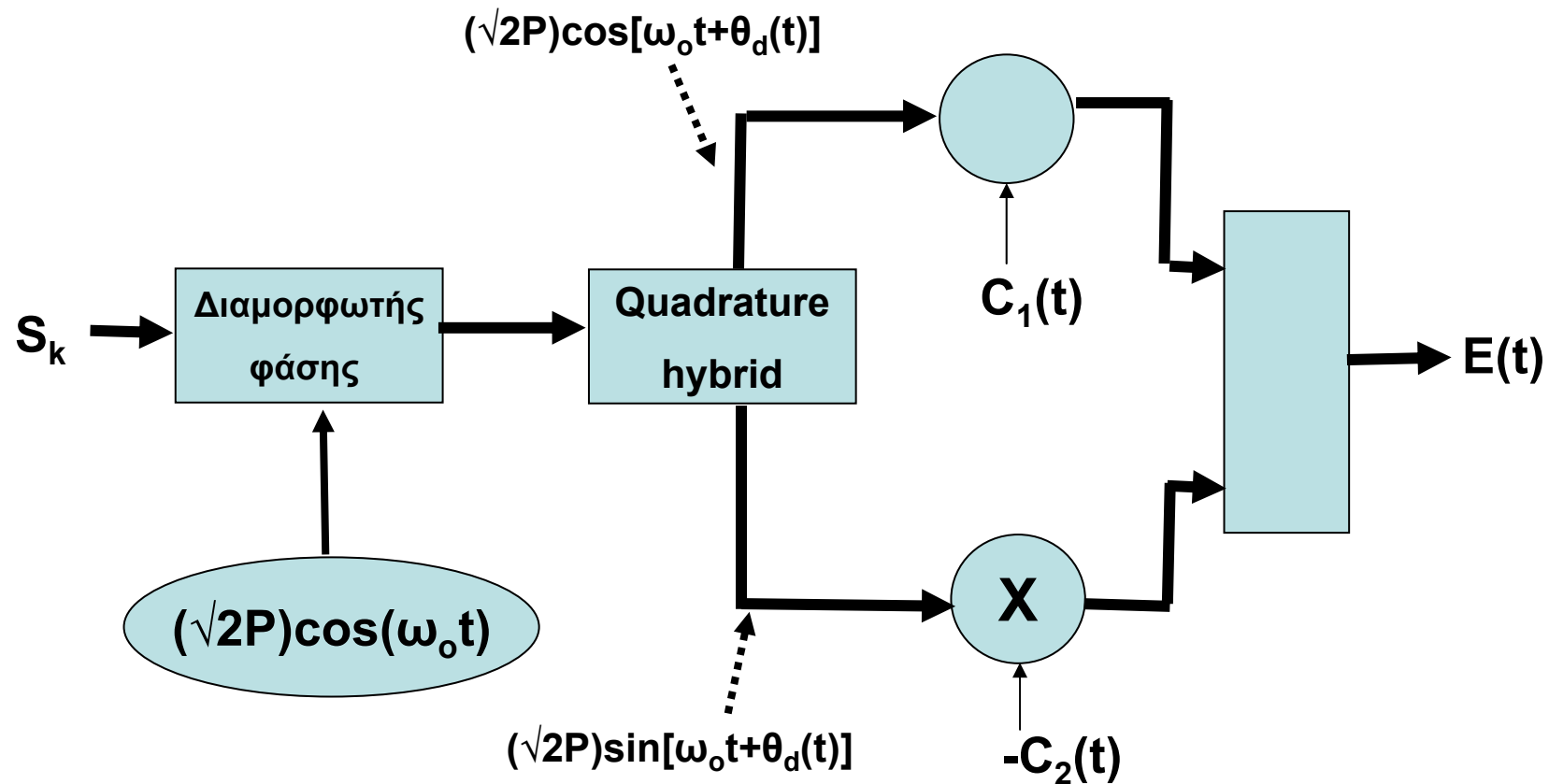
$$E_B(t) = (\sqrt{2P}).c(t).\cos[\omega_0 t + \theta(t)]$$

$$A': \quad (\sqrt{2P}).c^2(t).\cos[\omega_0 t + \theta(t)] = (\sqrt{2P}).\cos[\omega_0 t + \theta(t)]$$

## Direct – Sequence (συνέχεια...)

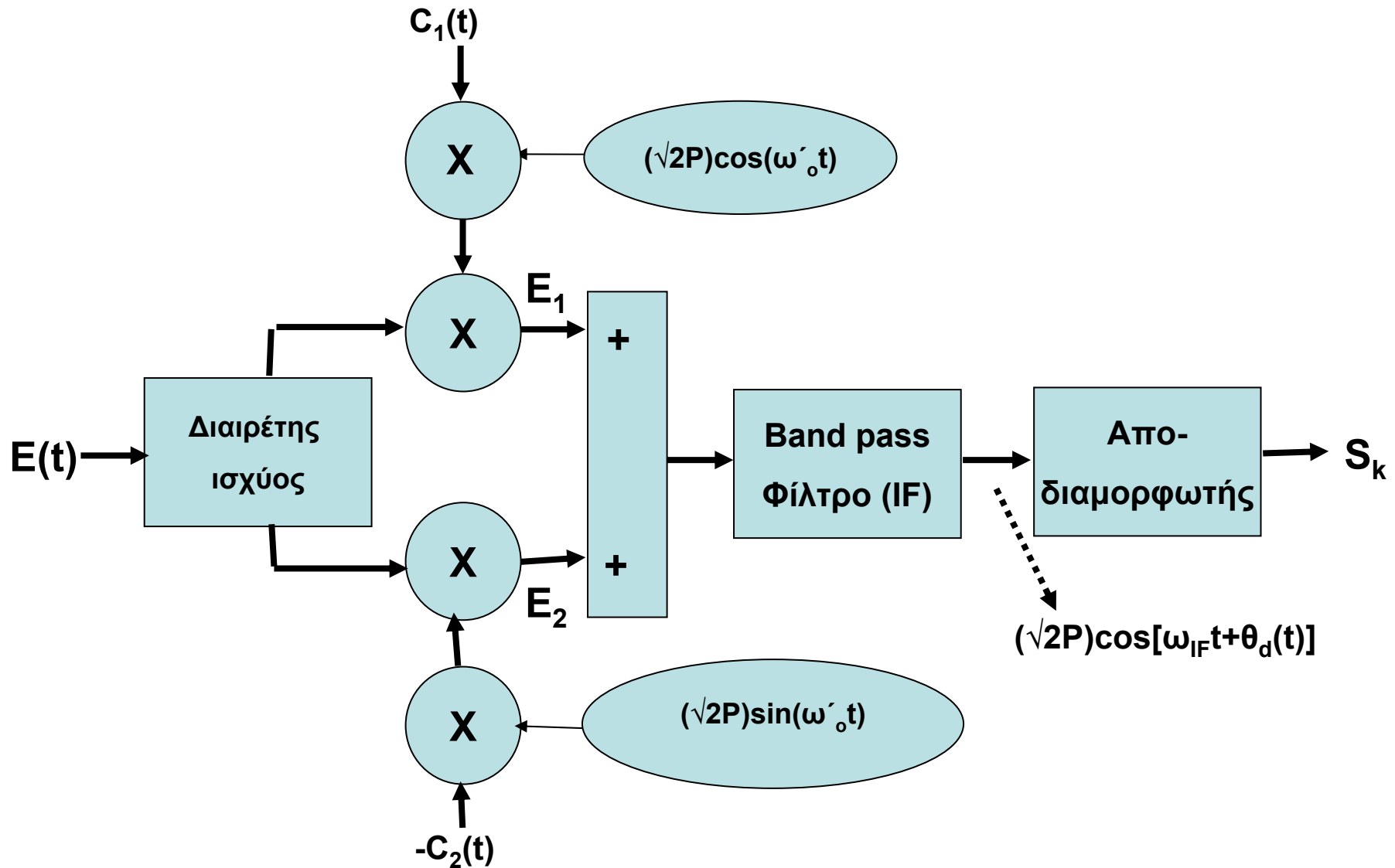
- Μπορούν να χρησιμοποιηθούν για διαμόρφωση με το βοηθητικό σήμα  $c(t)$ :
  - η QPSK
  - η MSK
  - κ.λ.π.

## Direct – Sequence (συνέχεια...) με QPSK:



- Τα σήματα διάχυσης  $c_1(t)$  και  $C_2(t)$  παίρνουν τιμές  $\pm 1$
- $E(t) = (\sqrt{2P}) \cdot c_1(t) \cdot \cos[\omega_0 t + \theta_d(t)] - (\sqrt{2P}) \cdot c_2(t) \cdot \sin[\omega_0 t + \theta_d(t)] =$   
 $= (\sqrt{2P})\cos[\omega_0 t + \theta_d(t) + \theta_c(t)]$

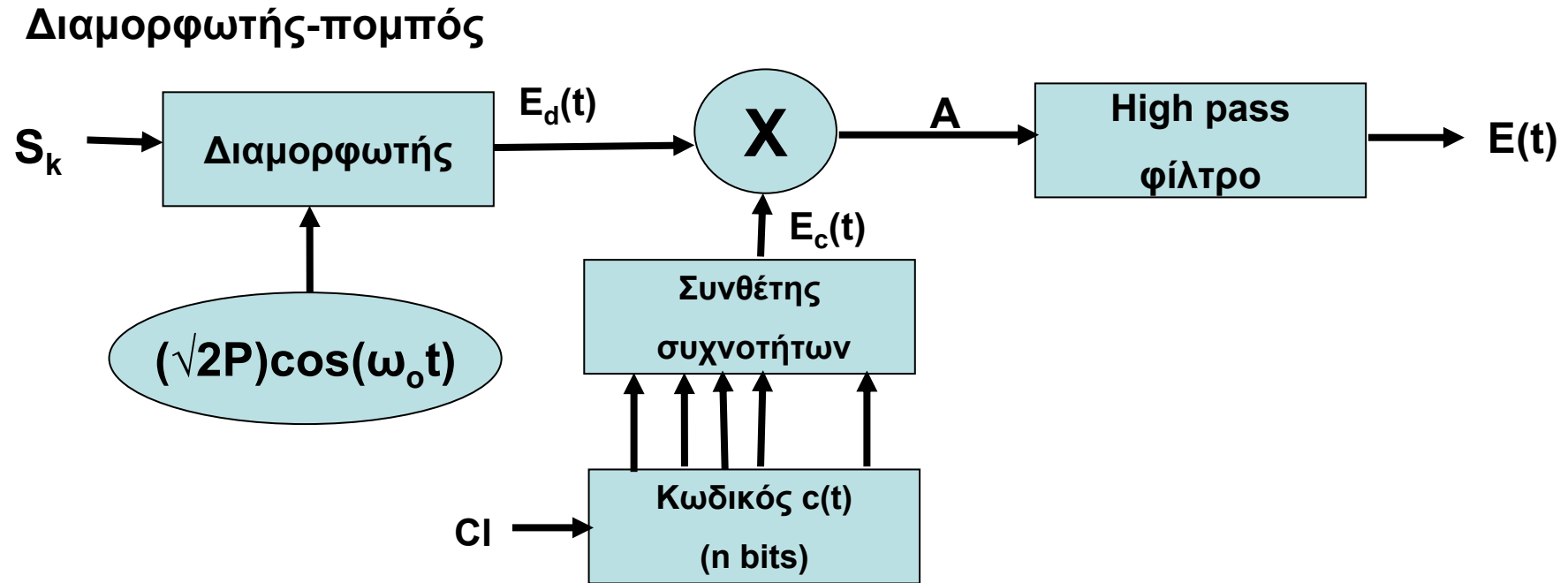
# Direct – Sequence (συνέχεια...) με QPSK αποδιαμόρφωση



# Μέθοδος Frequency Hopping

- Η διάχυση του φάσματος επιτυγχάνεται με διαμόρφωση FSK που προκαλεί το βοηθητικό σήμα  $c(t)$  στο φέρον, (συνεχείς αλλαγές συχνότητας του φέροντος).
- Πρακτικά το σήμα που προκαλεί την διάχυση είναι κώδικας που επιλέγει την συχνότητα του τελικού φέροντος. Η διαμόρφωσή του με το σήμα της πληροφορίας έχει προηγηθεί σε χαμηλότερη συχνότητα. Ουσιαστικά παρεμβαίνει στον συνθέτη συχνοτήτων.
- Χρησιμοποιούνται:
  - Σύγχρονη Slow Frequency-Hop Spread Spectrum
  - Μη σύγχρονη Slow Frequency-Hop Spread Spectrum

# Slow Frequency-Hop Spread Spectrum



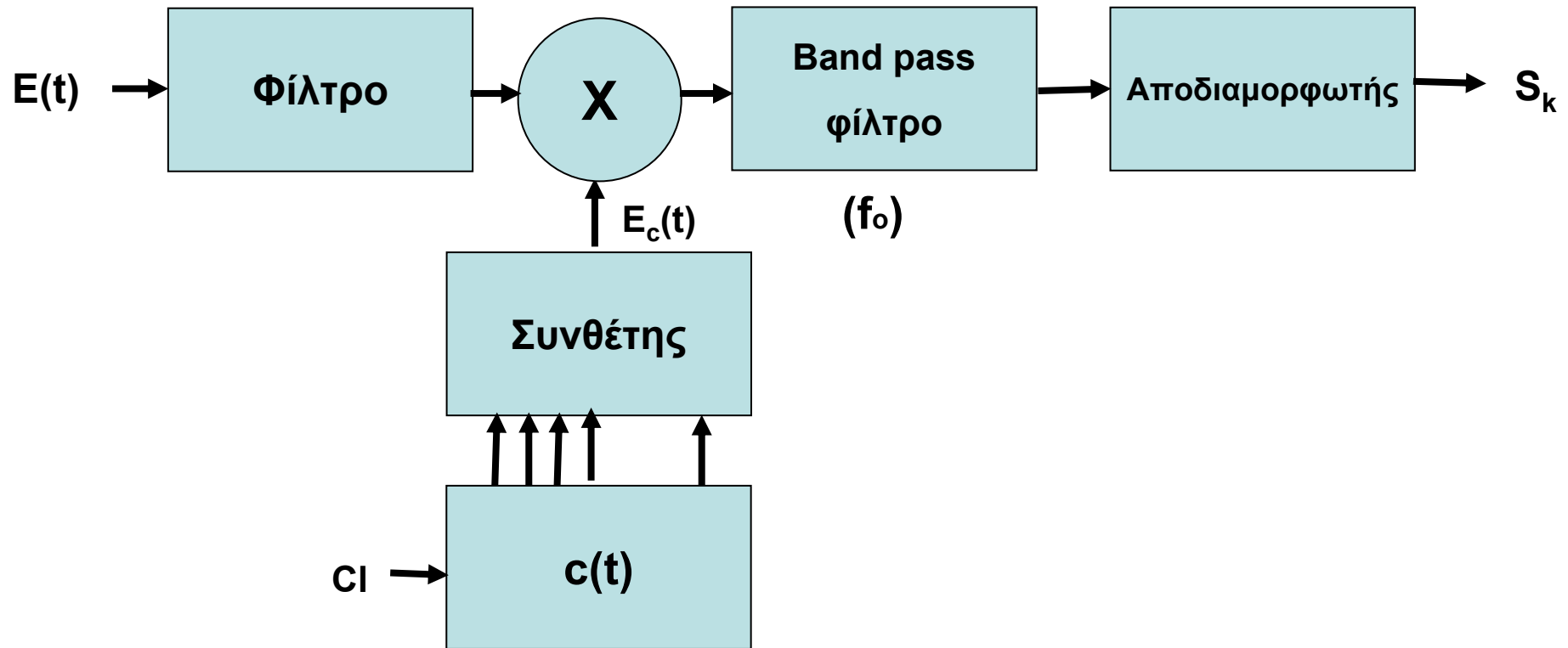
$$E(t) = E_d(t) \sum 2p(t - nT_c) \cos(\omega_n t + \varphi_n)$$

Όπου  $p(t)$  μοναδιαίος παλμός διάρκειας  $T_c$ , όσο διαρκεί συγκεκριμένη τιμή του κώδικα



# Slow Frequency-Hop Spread Spectrum

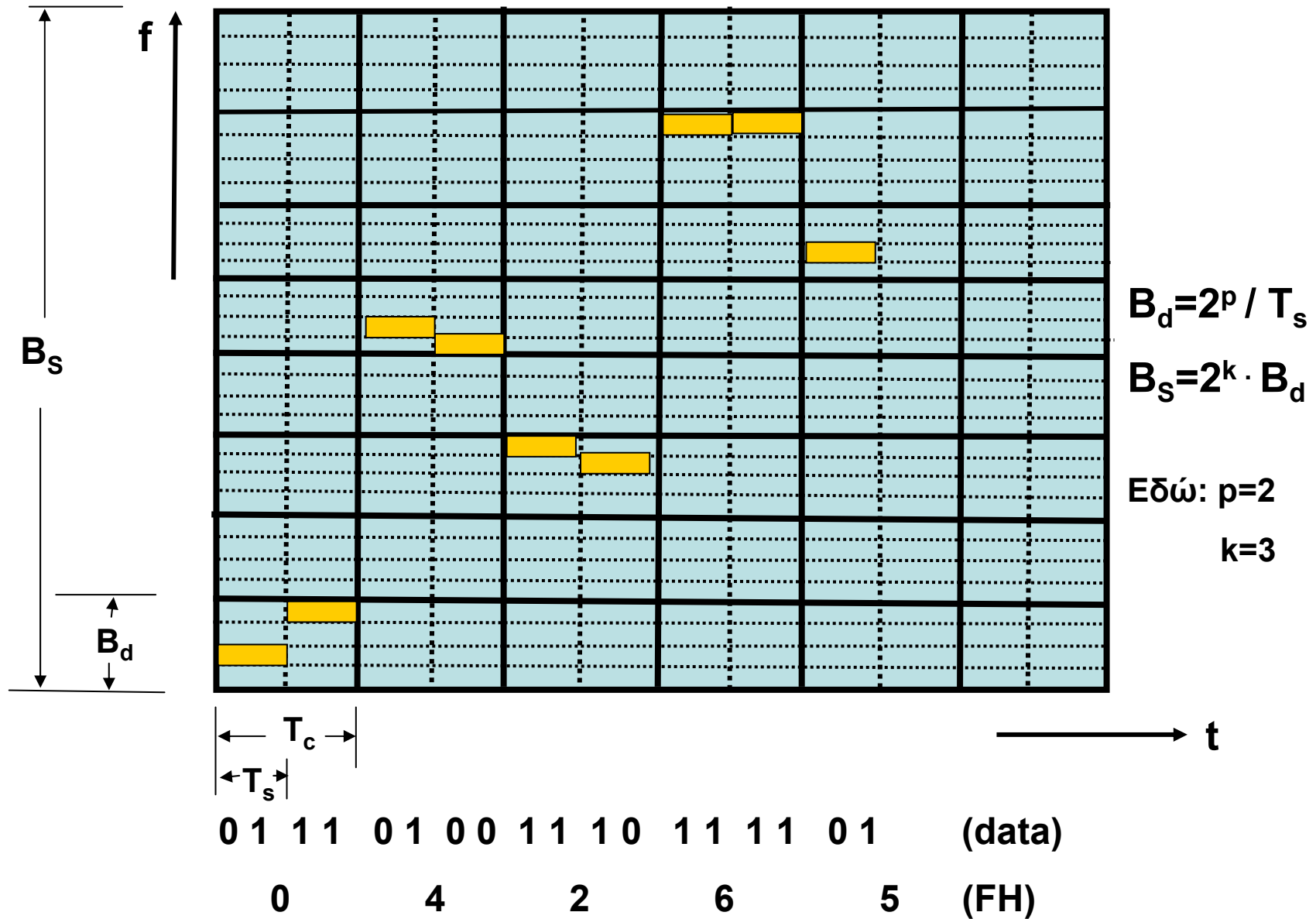
Δέκτης- Αποδιαμορφωτής



**Slow:** Ισχύει όταν  $T_c > T_s$

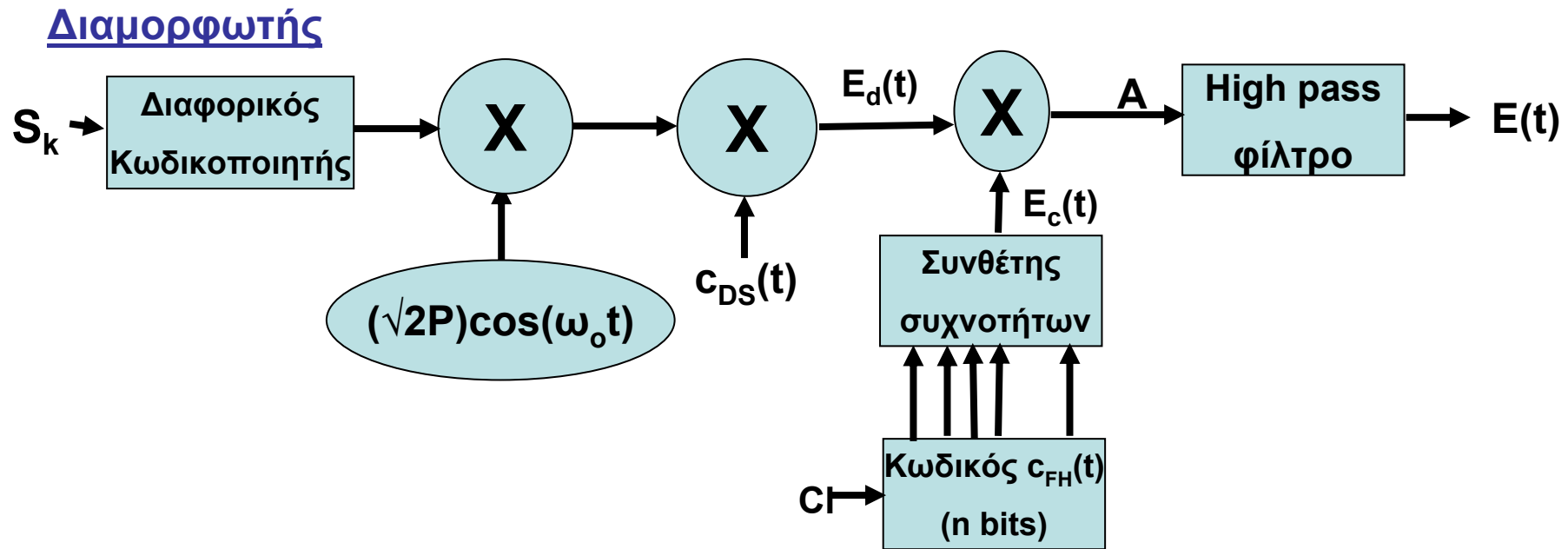
# Φασματική εικόνα:

Αναφέρεται στην περίπτωση που η χρησιμοποιούμενη διαμόρφωση (για τα δεδομένα) είναι M-FSK.



# Υβριδική Direct - Sequence / Frequency – Hop μέθοδος

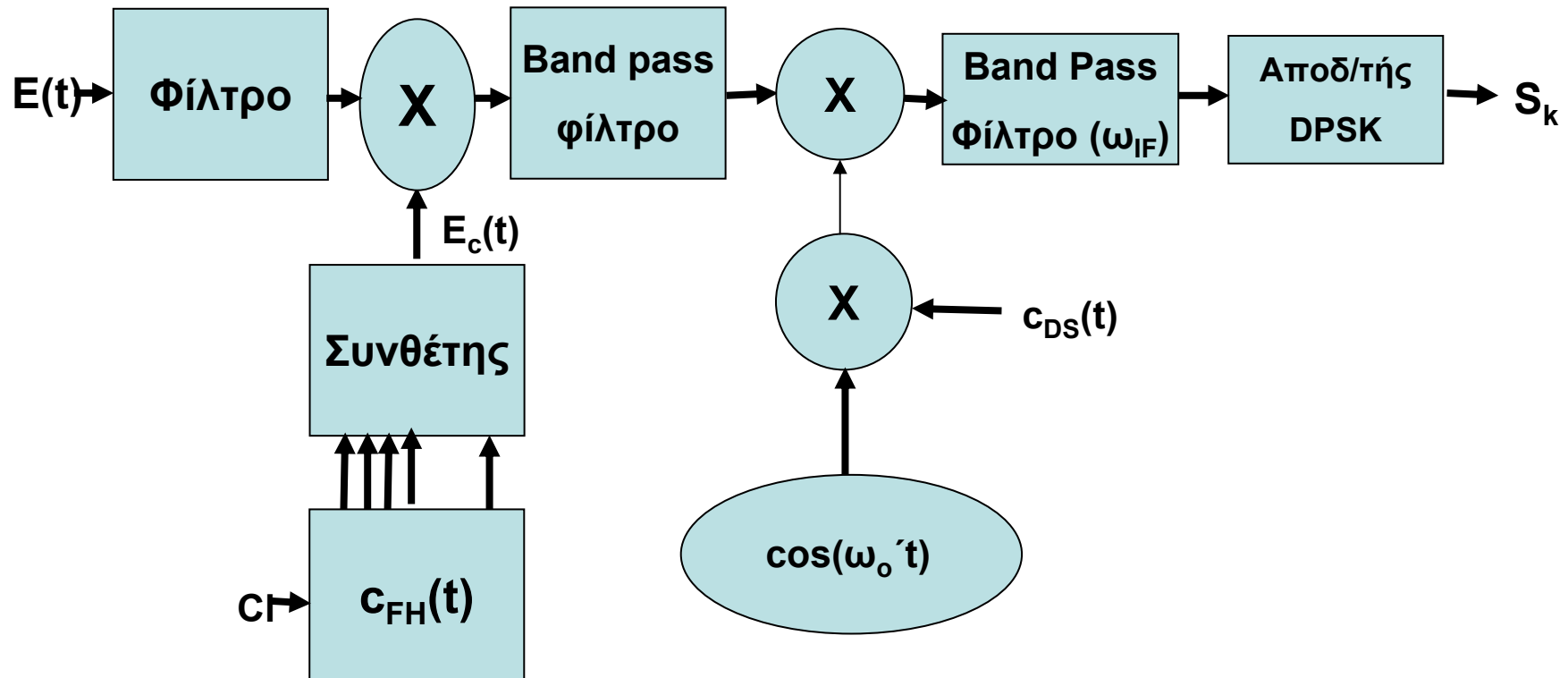
- Αξιοποιεί και τις δύο προηγούμενες μεθόδους ταυτόχρονα.
- Χρησιμοποιείται διότι συνδυάζει τα πλεονεκτήματα και της DS και του FH σε ένα μόνο σύστημα



- Για τα δεδομένα χρησιμοποιείται συνήθως DPSK κωδικοποίηση, διότι και το FH είναι ασύγχρονο.

# Υβριδική Direct - Sequence / Frequency – Hop μέθοδος

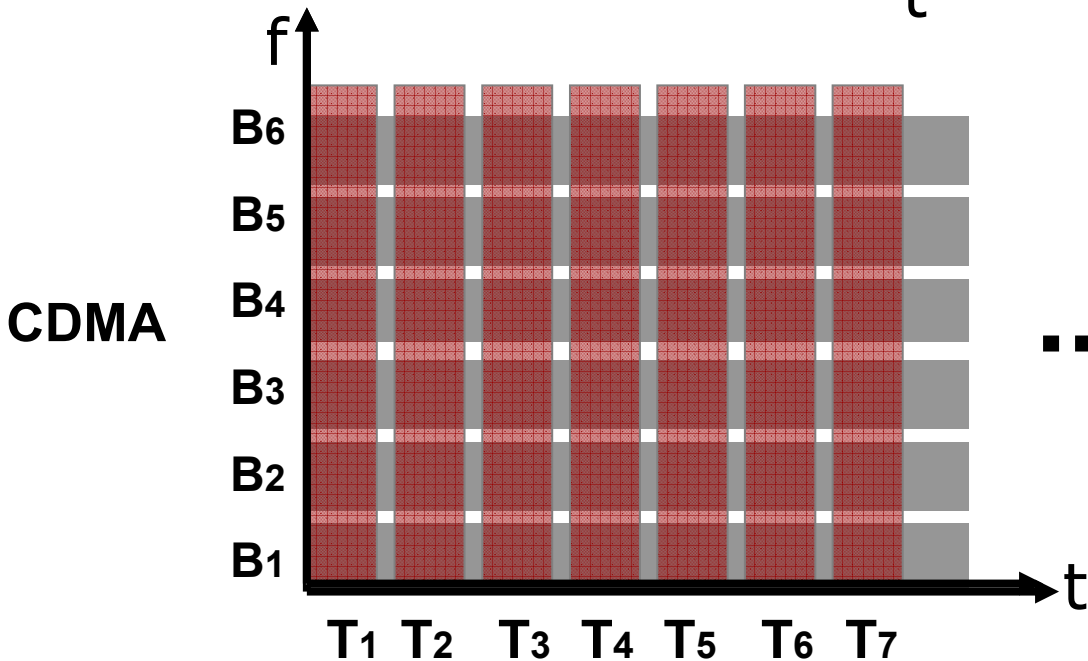
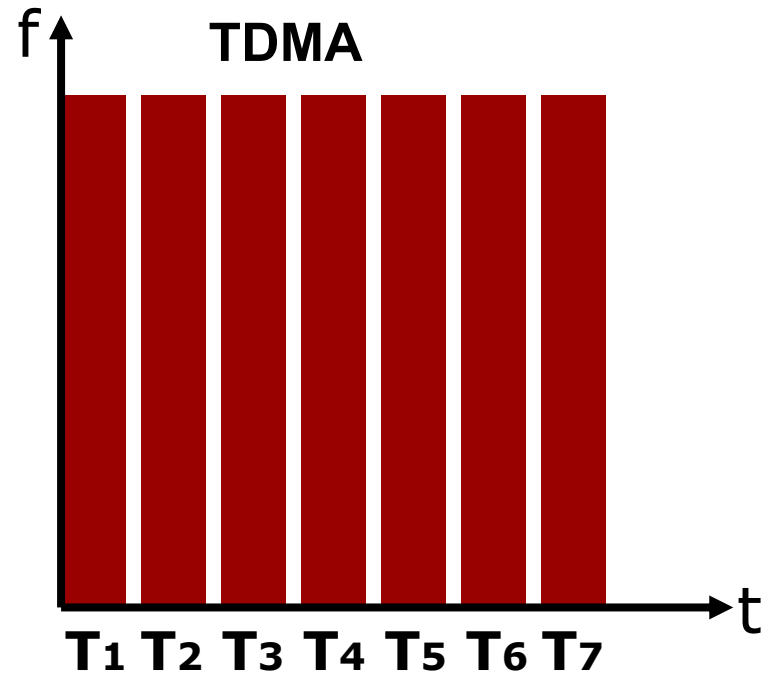
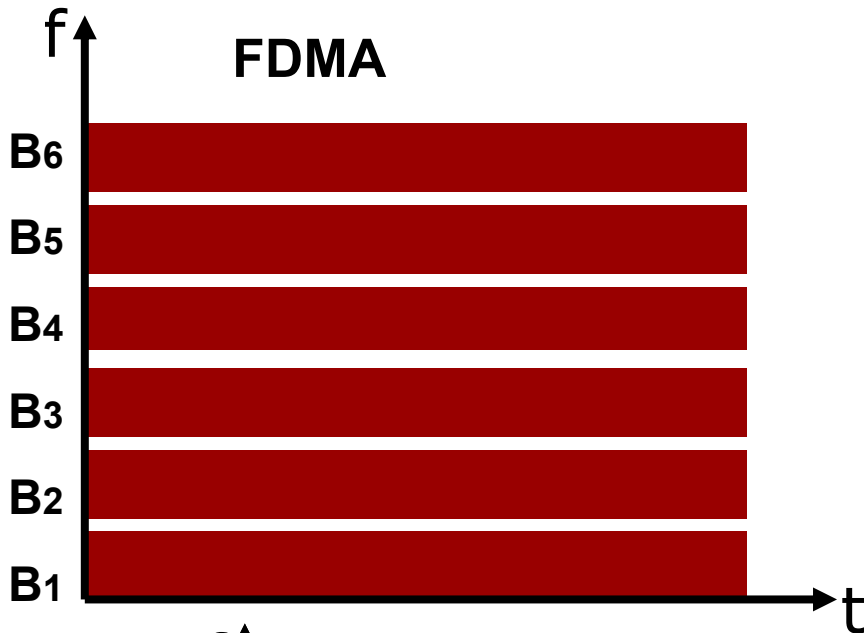
## Απο-διαμορφωτής



# Τεχνικές Πολλαπλής Πρόσβασης: ΠΟΛΥΠΛΕΞΙΑ (Multiplexing)

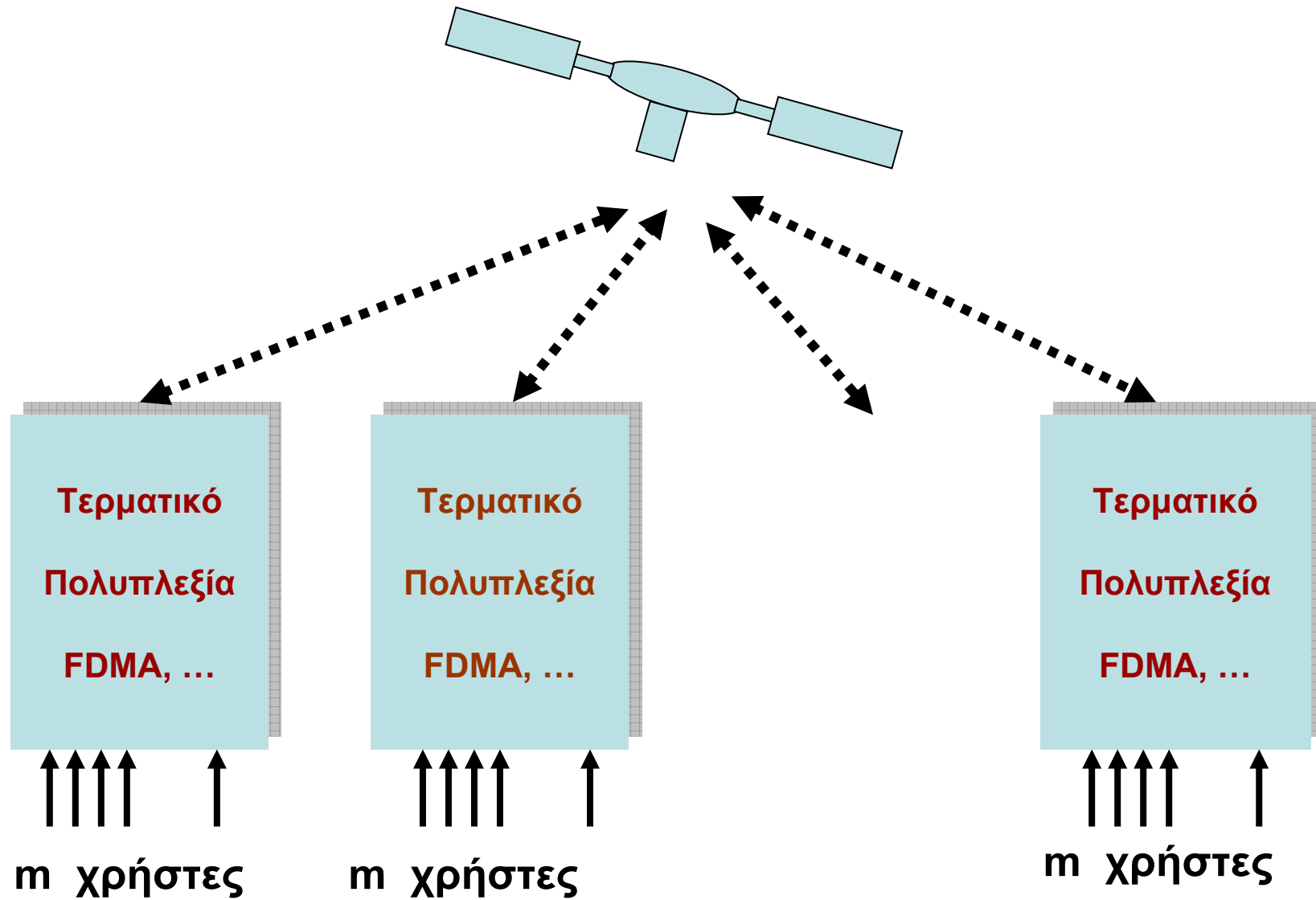
- Φασματική Πολυπλεξία: FDMA
- Χρονική Πολυπλεξία: TDMA
- Κωδική Πολυπλεξία: CDMA
- Πολυπλεξία πολλών επιπέδων
- Συνδυασμός των παραπάνω (Spread Spectrum)
- Πολυπλεξία Μέσων: SDMA , PDMA (Δορυφορικές Επικοινωνίες)

# Τεχνικές Πολυπλεξίας



... → **Spread Spectrum**  
**Διάχυτου Φάσματος**

# Πολυπλεξία Μέσων



# Βασικοί Στόχοι στη Σχεδίαση Τηλ/κού Συστήματος

Επίδοση  
Του Τηλ/κού  
Μέσου

- Κωδ/ση
- Διαμόρφωση

Αύξηση της  
χωρητικότητας

- Πολυπλεξία
- Διαχείριση  
πόρων

Ευρύτητα  
Κάλυψης

- Δίκτυο
- Κυψελωτό  
σύστημα

Μικρότερο  
Κόστος  
Εγκαταστάσεων  
και υπηρεσιών

- Εγκαταστάσεις
- Ανταγωνιστικές  
υπηρεσίες



## **Αντί συμπεράσματος .....**

- Το κεφάλαιο των διαμορφώσεων είναι μεγάλο και σύνθετο
- Αξιοποίηση γρήγορων αλγόριθμων.
- Υλοποίηση με DSP επεξεργαστές και ASICs.
- Μεγάλες ταχύτητες.